PROGRESIONES DE LOS APRENDIZAJES

Primer ciclo

Matemática

Buenos Aires Ciudad

Vamos Buenos Aires

PROGRESIONES DE LOS APRENDIZAJES

Primer ciclo

Matemática

Buenos Aires Ciudad

Vamos Buenos Aires

Progresiones de los aprendizajes : Matemática : primer ciclo
Mercedes Etchemendy ; Paola Tarasow ; Claudia Broitman ; contribuciones de Fernando Bifano ... [et al.]. - 1ª edición para el profesor - Ciudad Autónoma de Buenos Aires : Ministerio de Educación del Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, 2018.
124 p. ; 29 x 21 cm. - (Progresiones de los aprendizajes / Armendáriz, Celina; . Primer ciclo)

ISBN 978-987-549-690-3

1. Matemática. I. Bifano, Fernando, colab. II. Título.
CDD 372.7

ISBN: 978-987-549-690-3

Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires
Ministerio de Educación
Unidad de Evaluación Integral de la Calidad y Equidad Educativa (UEICEE)
Av. Pte. Roque Sáenz Peña 788, 8° piso
(C1035AAP) Ciudad Autónoma de Buenos Aires
(+54) 11 4320 5798 | ueicee@bue.edu.ar

Jefe de Gobierno
Horacio Rodríguez Larreta

Ministra de Educación
María Soledad Acuña

Jefe de Gabinete
Luis Bullrich

Subsecretario de Planeamiento e Innovación Educativa
Diego Meiriño

Subsecretaria de Coordinación Pedagógica y Equidad Educativa
Andrea Bruzos Bouchet

Directora Ejecutiva de la Unidad de Evaluación Integral de la Calidad y Equidad Educativa
Tamara Vinacur

Unidad de Evaluación Integral de la Calidad y Equidad Educativa

Coordinadora General de Evaluación Educativa
Lorena Landeo

Coordinadora del proyecto Progresiones de los aprendizajes
Celina Armendáriz (UEICEE)

Autoras
Mercedes Etchemendy
Paola Tarasow
sobre material anterior realizado por Claudia Broitman en 2016

Especialistas que participaron en la lectura crítica y la discusión del material
Fernando Bifano (UEICEE)
Paula Inés Olivetti (DGEGP)
Héctor Ponce (GOC)
María Emilia Quaranta (GOC)
Alejandro Rossetti (EM)

Coordinadora de Comunicación
Flor Jiménez Gally
Edición
Gaspar Heurtley
Colaboración
Alejandra Lanía
Diseño gráfico
Agustín Burgos, Adriana Costantino, Magalí Vázquez
Web
Luca Fontana

Índice

Presentación

¿Qué saben y son capaces de hacer nuestros alumnos en un área en cierto momento de su recorrido escolar?

¿Cómo podemos ayudarlos a avanzar en su proceso de aprendizaje apoyándonos en lo que ya saben?

¿Cómo abordar en el aula la diversidad de cada grupo, reconociendo las diferencias en los niveles de aprendizaje, y ofrecer a distintos alumnos las oportunidades que requieren para continuar aprendiendo?

¿Qué hacemos con el alumno que está en un grado pero requiere completar aprendizajes propios de años anteriores?

Estas y muchas otras preguntas similares atraviesan las progresiones para la enseñanza y el aprendizaje que aquí se presentan y han orientado el proceso de su elaboración. Se trata de interrogantes típicos para quienes nos dedicamos a la enseñanza y compartimos el desafío de fortalecer la calidad y equidad en el acceso al conocimiento para todos nuestros estudiantes.

El material propone una mirada sobre el aprendizaje que parte del reconocimiento de la heterogeneidad de la clase escolar como rasgo constitutivo de la realidad del aula, y se propone colaborar con el diseño de la enseñanza atendiendo a la singularidad de avances que cada estudiante manifiesta.

¿Qué son las progresiones?

Se entiende por progresiones **la descripción de recorridos posibles y pertinentes para la enseñanza y el aprendizaje de contenidos fundamentales** de la trayectoria escolar. Estas descripciones se sustentan en el enfoque didáctico adoptado por el Diseño Curricular para cada área. Por lo tanto, las progresiones no representan líneas de desarrollo natural sino que reconocen un contexto escolar situado en el marco de las definiciones propias del sistema educativo de la Ciudad de Buenos Aires. Sin embargo, al estar basadas en evidencia de aula e investigación didáctica, son verificables y proporcionan criterios claros y compartidos para el monitoreo de los aprendizajes con una perspectiva formativa, orientada a la toma de decisiones para la enseñanza.

Las progresiones en desarrollo corresponden a las áreas de Prácticas del Lenguaje/ Lengua y Literatura y Matemática, en los niveles primario y secundario. La definición de las áreas atiende a su carácter básico, transversal e instrumental en el recorrido formativo de la educación obligatoria. Al interior de cada área (o asignatura en el nivel secundario) se establecen ejes (tomados de los respectivos diseños curriculares) que permiten organizar la descripción de aprendizajes prioritarios, con secuencia y complejidad creciente. Vale destacar que en tal sentido, no se toman todos los contenidos del currículum, sino aquellos respecto de los cuales resulta posible, a la vez que necesario, establecer algunas pautas para la evaluación formativa.

Un aspecto contemplado en la elaboración es el progreso relativamente dispar o desparejo que las trayectorias escolares ponen frecuentemente de manifiesto aun al interior de una misma área o asignatura. Los avances en un área de conocimiento no siempre son homogéneos. Un niño puede progresar más rápidamente en su dominio de las operaciones que en la exploración del espacio y los contenidos del campo de la geometría, por ejemplo. O bien puede desplegar estrategias lectoras muy interesantes y aún requerir mayor apoyo en la producción de textos. Por ello las progresiones se han organizado asumiendo que un alumno puede avanzar con ritmo dispar en los diversos recorridos que se proponen según los ejes de cada área.

¿Cómo se relacionan las progresiones con el marco curricular?

Las progresiones ponen en relación los contenidos de enseñanza y objetivos establecidos en los documentos curriculares de la jurisdicción (*Diseño Curricular para la Escuela Primaria, Diseño Curricular Nueva Escuela Secundaria, Metas de aprendizaje* y *Objetivos de aprendizaje para las escuelas de Educación Inicial y Primaria de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires*) y los aprendizajes manifestados por los alumnos, considerando la heterogeneidad de los puntos de partida. En este sentido, como instrumento para la evaluación formativa, las progresiones resultan un complemento del marco curricular en el que se basan y dialogan con los materiales de desarrollo curricular que apuntan a fortalecer la intervención didáctica.

¿Para qué se pueden usar en la escuela las progresiones de aprendizaje?

El desarrollo del material busca contribuir a la tarea docente en lo que hace al proceso de observación y análisis del aprendizaje de los alumnos, relevando elementos centrales a observar en cada área curricular. Ayudan a poner en diálogo las prescripciones curriculares con la realidad de los grupos para responder de manera oportuna y pertinente a las necesidades heterogéneas de aprendizaje que se identifican en el aula.

A la vez, esta mirada sobre los aprendizajes permite también a maestros y profesores establecer expectativas desafiantes y viables para cada alumno, en función de las oportunidades generadas en el aula y en la escuela mediante la enseñanza. Es indudable que para la configuración de mejores trayectorias escolares resulta fundamental incorporar en la escuela estrategias de trabajo y herramientas que reconozcan los distintos ritmos de aprendizaje, así como los puntos de partida de cada alumno.

¿Cuál es la relación entre los niveles de las progresiones y los grados o años escolares?

Las progresiones se plantean por ciclo. Esta decisión fue adoptada con el propósito de alentar una mirada más amplia que el grado como horizonte de intervención, contemplar los logros de los niños en perspectiva y favorecer su uso para la definición de secuencias de trabajo específicas que se ajusten a las necesidades reales de aprendizaje.

Al mismo tiempo, permiten plasmar la idea ya expresada de que los avances no se dan de manera "pareja" u "homogénea" en relación con las diversas áreas ni ejes de una misma área. Las progresiones deben ayudar, en este sentido, a individualizar las intervenciones en el aula y romper con la expectativa de homogeneidad en la clase escolar. Este material puede asimismo alimentar aquellas experiencias de reagrupamiento de alumnos que ya existen y que son promovidas por diversas acciones, como el programa de aceleración o las instancias de promoción acompañada.

Desarrollo de las progresiones del aprendizaje

El siguiente esquema representa las progresiones del aprendizaje a desarrollar en Prácticas del Lenguaje/Lengua y Literatura y Matemática.

Comprende los niveles primario y secundario en una lógica de trayectoria o recorrido extenso por la escolaridad obligatoria.

Las progresiones de cada área se organizan por ejes, establecidos a partir de los respectivos diseños curriculares.

Este documento presenta las progresiones de aprendizaje en **Matemática**, para el primer ciclo de la Escuela Primaria.

Área	Educación Primaria 1º ciclo	 2º ciclo	Educación Secundaria
Matemática	**Números y operaciones** *Sistema de numeración* *Suma y resta* *Multiplicación y división*	**Números y operaciones** *Números naturales* *Números racionales*	**Números y álgebra** **Funciones y álgebra** **Estadística y probabilidades**
	Espacio, formas y medida *Espacio* *Formas geométricas* *Medida*	**Geometría** **Medida** *Medidas de longitud, capacidad, peso y tiempo* *Perímetro, área y volumen*	**Geometría y medida**
Prácticas del Lenguaje	Lectura	Lectura	Lectura
	Escritura de textos	Escritura de textos	Escritura de textos
	Sistema de escritura	Conocimiento ortográfico	Conocimiento ortográfico
		Reflexión sobre la lengua	Reflexión sobre la lengua

Introducción

A continuación, se presentan las progresiones de los aprendizajes esperados para el área de **Matemática** durante el primer ciclo. El sentido central de este documento es aportar ideas para orientar la enseñanza, teniendo en cuenta la diversidad de conocimientos relativos a los contenidos matemáticos que los alumnos van construyendo en su escolaridad y el largo plazo que implican esos procesos de construcción. Identificar una diversidad de esos conocimientos y jerarquizarlos permite tomar decisiones sobre la enseñanza, tanto a nivel grupal como individual.

Cada grupo de contenidos se presenta en diferentes niveles de progreso. Una primera aclaración necesaria es que no se espera que los alumnos avancen de nivel solamente por el paso del tiempo, el cambio de grado o cierta evolución "natural". Por el contrario, son las condiciones de enseñanza sistemática, intencional, prolongada y explícita las que les permiten ir progresando en los niveles de apropiación de los contenidos. En este documento no se hace hincapié en los proyectos de enseñanza necesarios (dado que la vasta producción curricular da cuenta de esto), sino en los aprendizajes que se espera producir a partir de ellos. Los niveles son, necesariamente, cortes arbitrarios de un proceso, por eso no se espera que los niños se ubiquen precisamente en un nivel, sino que pueden estar también en tránsito de uno a otro. La progresión está pensada para orientar la interpretación de los conocimientos de los alumnos. Se espera que esta descripción sirva a la comprensión de los conocimientos de los que disponen y permita delinear recorridos posibles para la enseñanza. De ningún modo se pretende que los alumnos sean clasificados según este esquema propuesto. Es preciso explicitar también que los niveles no se corresponden con los grados (para el eje "Espacio, Geometría y Medida" se establecen dos niveles, y para "Numeración y operaciones" se establecen cuatro) ni fijan pautas para la promoción. Es muy importante señalar que un alumno puede estar en distintos niveles en relación con cada contenido y esto va a depender principalmente de la enseñanza y de las sucesivas oportunidades que ha tenido para enfrentarse a dicho contenido. Por supuesto, se asume que los puntos de partida de los alumnos, sus actitudes hacia la matemática, su vínculo con la escuela y el estudio y los puntos de llegada nunca son homogéneos en un grupo escolar, lo que implica que, frente a una misma secuencia de enseñanza, algunos habrán alcanzado un nivel y otros, otro diferente. Este material busca ser un punto de apoyo para la escuela y los maestros en su tarea de organizar y reorganizar las propuestas de trabajo específicas para todos los alumnos, con especial atención a aquellos que precisan nuevas intervenciones docentes para avanzar hacia los aprendizajes esperados.

Las progresiones permiten reconocer quiénes precisan nuevas oportunidades de aprendizaje, respecto de cuáles contenidos y alentar el diseño de situaciones de trabajo que superen la ilusión de que todos los alumnos de un mismo grado aprenden lo mismo al mismo tiempo. En este sentido, las progresiones permiten diagnosticar el estado de conocimientos de los diversos niños y organizar agrupamientos con alumnos de diferentes grados que tienen que aprender los mismos contenidos, diseñar dispositivos de reingreso para aquellos que hayan interrumpido su trayectoria escolar, proponer instancias de aceleración para alumnos con sobreedad, pensar y explorar acciones de integración o adecuación curricular, etc. Se espera que estas progresiones sean herramientas que se usen en la escuela para diseñar dispositivos específicos de enseñanza asentados en aquello que "sí saben los niños", y no en "lo que les falta" o lo que "no saben".

Para la elaboración de las progresiones, se ha realizado un recorte de algunos contenidos fundamentales de cada eje de contenidos presentes en el Diseño Curricular vigente de la jurisdicción y en línea de continuidad con la producción curricular del área y de la Ciudad desde 1992. Si bien en este documento se han priorizado aquellos contenidos que suelen reconocerse como centrales, la ausencia de otros no implica de ninguna manera la intención de que no sean enseñados. Simplemente se comunican algunas prioridades frente a otras posibles.

Las progresiones para **Matemática** en primer ciclo se presentan organizadas en torno a dos ejes:

- **Números y operaciones**, que comprende una progresión para "Sistema de numeración", una para "Suma y resta" y otra para "Multiplicación y división". Estas dos últimas, a su vez, se componen de "Resolución de diversos tipos de problemas" y "Estrategias de cálculo".

- **Espacio, geometría y medida,** que comprende una progresión para "Espacio", otra para "Geometría", que incluye tanto figuras como cuerpos, y, por último, una progresión para "Medida".

Al finalizar cada una de las progresiones, se proponen actividades que permiten relevar los aprendizajes alcanzados por los alumnos. Se trata de ejemplos de posibles situaciones problemáticas que permiten hacer una lectura e interpretación sobre los estados de conocimiento logrados por los niños en determinado momento del proceso.

Condiciones didácticas

Se ha ya mencionado que estas progresiones no implican niveles de desarrollo espontáneo ni habilidades o capacidades que evolucionan a partir del paso del tiempo, ni el único recorrido de aprendizaje posible. Se trata de aprendizajes escolares que solamente pueden lograrse a partir de la enseñanza sistemática y organizada. Es decir que, si la mayor parte de un grupo escolar no se encuentra en un cierto nivel esperado, esa dificultad nos habla de la enseñanza y no del "nivel" de los alumnos. En otras palabras, estos aprendizajes se producen bajo ciertas condiciones didácticas.

Entre las condiciones didácticas, resulta central el rol del docente, quien selecciona y propone secuencias de problemas similares a lo largo de varias clases. En ellas, los alumnos resuelven por sus propios medios los problemas, usando diversos recursos. El maestro interactúa con los alumnos, organiza espacios para discutir y analizar estrategias de resolución y resultados obtenidos, explica, propone escrituras y formas de representación, favorece la identificación de relaciones y permanentemente ayuda a una progresiva toma de conciencia de aquello que espera que sea retenido para ser reutilizado en siguientes problemas.

Durante la enseñanza es importante generar espacios de debate e intercambio que beneficien a todos los alumnos. Para que estos espacios sean productivos, el docente registra las conclusiones y las nuevas estrategias en carteles o en el pizarrón y los alumnos en sus cuadernos, a fin de promover la disponibilidad de los nuevos recursos para su uso en los problemas siguientes.

Paralelamente, al interior de una secuencia didáctica, el docente genera momentos específicos para que algunos alumnos que han avanzado menos que sus compañeros tengan oportunidades de acercarse nuevamente a esos conocimientos. En este enfoque didáctico, es central diferenciar la producción colectiva de la individual. Los alumnos, individualmente, exploran formas de resolución de cada tipo de problemas, pero es en el ámbito colectivo que se dirimen las direcciones hacia las que conducir los esfuerzos. Lo colectivo alimenta lo individual y, en siguientes clases, el docente evoca los aprendizajes logrados y las nuevas herramientas para que todos las recuerden y vuelvan a usar, alentando permanentemente un ida y vuelta entre ambas aproximaciones. En las progresiones que se presentan, se parte de esta distinción y se promueve el reconocimiento de cuáles aprendizajes están en un nivel más exploratorio y grupal y de cuáles se espera que los alumnos puedan dar cuenta de manera personal y escrita.

Ahora bien, este pasaje del análisis y la resolución colectiva de cierto tipo de problemas a la resolución individual y escrita de un problema similar por parte de cada integrante del grupo no se realiza de manera directa. Nuevamente, cabe destacar la importancia de las interacciones con los pares y con el docente. En ese proceso, frente a algunos alumnos que inicialmente dicen "no sé", "no puedo", "no entiendo" o "no me sale", son claves intervenciones tales como leerles el problema en voz alta, ayudarlos a identificar otro problema similar ya resuelto, proponerles uno parecido pero con menor nivel de complejidad para luego retomar el problema original, o incluso sugerirles alguna estrategia específica ("podés dibujar", "fijate si haciendo las personas y los billetes te sale", "podés hacer palitos", etc.). Si bien en estos casos el alumno recibe cierta ayuda, tiene a su cargo una porción de responsabilidad. La ayuda no le resuelve el problema sino que funciona como un aliento para atreverse a proponer una solución o una estrategia, punto de partida para seguir produciendo.

Otra consideración merece el tratamiento de los errores que aparecen en las resoluciones de los alumnos. Desde la perspectiva didáctica adoptada, esos errores también nos informan sobre qué sabe un alumno. Muchos tienen una lógica que es posible develar, una razón de ser que implica una cierta idea o teoría errónea que es preciso revisar. Algunos son muy típicos, anticipables por los docentes y producidos simultáneamente por varios alumnos y por varios grupos escolares. También hay errores menos habituales, menos estudiados, que responden a lógicas infantiles que es relevante conocer. En todos los casos, cuando un error es importante, significativo, y no es una simple equivocación, merece ser analizado colectivamente para promover interacciones entre los alumnos que ayuden a todos a avanzar. Justificar por qué una solución es incorrecta, rechazar alguna idea equivocada, identificar alertas y cuidados a considerar en el tratamiento de un tipo de problemas implica, también, un progreso en los conocimientos.

¿Qué observar para recabar información sobre los aprendizajes de los alumnos?

En el trabajo cotidiano en el aula, observar el desempeño de los alumnos mientras resuelven los problemas que se les plantean y analizar el tipo de intervenciones y preguntas que hacen, los comentarios o explicaciones que pueden dar de su trabajo, dan indicadores para conocer qué saben. Sin embargo, se hace necesario también plantear momentos específicos de trabajo individual que permitan mirar más detenidamente la producción de cada uno. Esas instancias nos permiten reconocer qué es lo que ya pueden hacer solos y realizar interpretaciones sobre cuál es el estado de sus conocimientos respecto de cierto contenido. Esta información es central para poder determinar cómo continuar la tarea de enseñanza con el grupo y, además, planificar intervenciones particulares con algunos niños que así lo necesiten. En el desarrollo del material, para cada uno de los ejes establecidos se incluyen ejemplos de problemas que podrían ser útiles a la hora de recabar información sobre el estado de conocimientos de los alumnos. Se trata de situaciones que permiten diagnosticar lo que han logrado aprender sobre algunos contenidos de enseñanza y algunas orientaciones para tomar decisiones acerca de cómo continuar el trabajo con el grupo en general y con cada uno de los alumnos en particular.

Es necesario que para el diseño de las evaluaciones se considere qué contenidos y tipos de tareas han sido objeto de enseñanza. Las actividades elegidas para evaluar deben implicar una tarea similar a las realizadas en clase. Es importante señalar que, en el trabajo en Matemática, no solo se pone a disposición de los alumnos contenidos del área, sino también *formas de trabajo, tipos de prácticas*. El sentido de los conceptos para ellos está dado por el tipo de prácticas que se despliegan a propósito de ese concepto matemático. Por ejemplo, si se trabajó con cálculos mentales en actividades que apuntan a que se *resuelvan cálculos*, no sería adecuado presentar por primera vez en una evaluación un problema en el que se deba *analizar resoluciones de cálculo hechas por otros y decidir si son correctas o no*, porque implica para los niños encarar una tarea muy diferente y nueva. No es lo mismo trabajar solo sobre "resolver cálculos", que trabajar además sobre "analizar y marcar errores", o "resolver y explicar cómo se resolvió".

Para poder hacer una interpretación de lo que sabe un alumno a partir de sus producciones es necesario solicitarle que muestre la resolución que pensó, que registre de alguna manera el procedimiento llevado a cabo para la solución de cada problema y no solo la respuesta. Solamente así se tendrá la oportunidad de analizar los procedimientos usados y detectar las cuestiones centrales sobre las que hay que seguir trabajando. En ese sentido, es necesario volver a subrayar que el desempeño de cada uno dependerá, entre otras cuestiones, de su punto de partida y de la enseñanza sistemática que haya recibido. Son las condiciones de enseñanza sistemática, intencional, prolongada y explícita las que permiten a los alumnos ir progresando en los niveles de apropiación de los contenidos.

Números y operaciones

1. Sistema de numeración

El aprendizaje de la numeración en el primer ciclo de la escuela primaria abarca varios tipos de problemas que se ven reflejados en esta progresión. En primer lugar, se espera que los alumnos puedan reconocer los diferentes usos sociales y funciones de los números y muestren sus heterogéneos y asistemáticos conocimientos construidos antes o fuera de la escuela. Esta clase de problemas involucra también aquellos que exigen la enumeración y el conteo. Otra clase de problemas implica un análisis de las regularidades del sistema de numeración mediante una exploración de la serie oral, la serie escrita y las relaciones entre ambas, sin límite en el campo numérico. Un tercer tipo de situación abarca el dominio de una porción numérica e incluye la lectura, escritura y orden. Por último, se espera que los alumnos puedan progresivamente avanzar en el análisis y la resolución de problemas que exijan interpretar el valor de las cifras según la posición que ocupan. Esta última cuestión está en estrecha vinculación con las estrategias de cálculo que se proponen en las progresiones referidas al avance en las operaciones.

Es muy importante explicitar que la evolución en los niveles de progresión que a continuación se desarrollan podrá aparecer bajo la condición de que los alumnos hayan participado en situaciones sostenidas y sistemáticas de enseñanza para cada clase de problemas.

Sistema de numeración

Nivel I	Nivel II
En situaciones colectivas, explora diversos usos sociales de los números en contextos y portadores numéricos cotidianos. Por ejemplo: *Interpretar en un periódico dónde dice el precio o la fecha.* *Analizar para qué sirve el número de un colectivo.*	
Resuelve problemas que impliquen “contar en voz alta” (recitar) una porción de la serie numérica (inicialmente con el apoyo dado por el docente del nombre de los números redondos en cada cambio de decena y luego sin esa ayuda).	
Cuenta una cantidad pequeña de objetos (Por ejemplo: en juegos de dados o cartas que exigen comparar o unir cantidades).	Cuenta cantidades mayores, organizando los objetos a contar (Por ejemplo: armando grupos de a 10, distribuyéndolos en una organización rectangular, etc.).
En situaciones colectivas, analiza regularidades en la serie oral y la serie escrita de numeración. Por ejemplo, a partir de consignas como: • *¿Qué número es el mayor entre … y … (dos números escritos que aún no sabe leer convencionalmente)?* • *Identificar que el año se escribe con cuatro cifras, etc.*	En situaciones colectivas, explora las regularidades en la serie oral y la serie escrita, intercambiando ideas acerca del nombre, la escritura y la comparación de números de diversa cantidad de cifras. Por ejemplo, a partir de consignas como: • *Contar de mil en mil a partir de mil.* • *Escribir un número más grande que 2.018.*
Lee y escribe convencionalmente los dígitos y algunos números redondos u otros números de dos cifras.	Lee, escribe y ordena números hasta aproximadamente 100.
	Resuelve problemas que ponen en juego la relación entre el valor de la cifra y la posición que ocupa en números menores que 100 en el contexto del dinero. Por ejemplo: *¿Cuántos billetes de $10 y monedas de $1 se precisan para pagar $34?*

Nivel III	Nivel IV
En situaciones colectivas, explora las regularidades en la serie oral y la serie escrita, intercambiando ideas acerca del nombre, la escritura y la comparación de números de diversa cantidad de cifras. Por ejemplo, *a partir de preguntas como:* • *Si este número (10.000) es diez mil, ¿cómo creen que se escribirá veinte mil?* • *¿Cuál de estos números será mayor: 99.999 o 1.000.000.000?*	En situaciones colectivas, explora las regularidades en la serie oral y la serie escrita, intercambiando ideas acerca del nombre, la escritura y la comparación de números de diversa cantidad de cifras. Por ejemplo, *a partir de preguntas como:* *Si este número (1.000.000) es un millón, ¿qué número será este (2.000.000)? ¿Y este (3.000.000)?*
Lee, escribe y ordena números hasta aproximadamente 1.000.	Lee, escribe y ordena números hasta aproximadamente 10.000.
Resuelve problemas que exijan usar escalas ascendentes y descendentes de 10 en 10, de 50 en 50 y de 100 en 100. Por ejemplo: *Juan tiene $100 y todas las semanas ahorra $50, ¿cuánto tendrá en las próximas 5 semanas?*	Resuelve problemas que exijan usar escalas ascendentes y descendentes de 100 en 100, 200 en 200, de 500 en 500 y de 1.000 en 1.000. Por ejemplo: *En un bosque hay 1.200 árboles. Quieren aumentar la cantidad de plantas y cada año plantan 200 árboles. ¿Cuántos árboles se supone que habrá en los próximos 5 años?*
Resuelve problemas que ponen en juego la relación entre el valor de la cifra y la posición que ocupa en números menores que 1.000 en contextos del dinero, en juegos de puntajes, en problemas con la calculadora, etc. Por ejemplo: • *¿Cuál es la menor cantidad de billetes de $100, de $10 y monedas de $1 que se precisan para formar $738?* • *Anotá 534 en la calculadora. ¿Qué sumas o restas harías para que cambie solo el 5? ¿Y para que cambie solo el 3?*	Resuelve problemas que requieran reconocer y analizar el valor posicional de las cifras con números hasta 10.000. Por ejemplo: • *¿Cuántos paquetes de 1.000, cuántos de 100 y cuántos de 10 se pueden armar con 2.348 caramelos?* • *Anotá en la calculadora 7.364. Inventá una suma que haga que cambie el 3 pero las otras cifras queden iguales.*
	Resuelve problemas que requieran poner en juego las relaciones entre las diferentes posiciones de una cifra (determinando que en 100 hay 10 de 10; o en 1.000 hay 10 de 100). Por ejemplo: *¿Cuántas cajas de a 10 se pueden armar con 125 caramelos? Si no tengo billetes de 1.000, ¿cuántos billetes de $100, $10 y $1 se precisan para pagar $1.234?*

Actividades para relevar los aprendizajes de los alumnos

Como se señaló en la introducción de este documento, se incluyen aquí algunos ejemplos de problemas que podrían ser útiles a la hora de recabar información sobre el estado de conocimientos de los alumnos en relación con el eje Sistema de Numeración. En el trabajo cotidiano en el aula, observar su desempeño mientras resuelven los problemas que se les plantean, analizar el tipo de intervenciones y preguntas que hacen y los comentarios o explicaciones que pueden dar de su trabajo da indicadores para conocer qué saben. Sin embargo se hace necesario, también, plantear momentos específicos de trabajo individual que permitan mirar más detenidamente la producción de cada uno. Las situaciones propuestas a continuación responden a este propósito.

1. Recitado de los números y conteo de colecciones

Las situaciones que permiten observar el dominio de los alumnos sobre el recitado y el conteo requieren probablemente que el docente interactúe en forma individual con algunos de ellos. Esta indagación podrá permitirle obtener información valiosa para tomar decisiones acerca del recorrido de algunos alumnos en particular. En este sentido, se retoman algunas sugerencias ya planteadas en el documento *Los niños, los maestros y los números* (GCBA, 1994) que pueden resultar útiles a este propósito.

Situación 1. Recitado de los números

Pedir al alumno que recite (decirle que cuente) hasta aproximadamente 30. El maestro lo puede ayudar a continuar cada vez que sea necesario.

• A partir de esta actividad se puede observar:

- Hasta dónde el recitado es convencional, es decir, corresponde al orden de los números sin agregados ni omisiones.

- Hasta dónde es estable, es decir, hasta dónde mantiene la misma secuencia aunque no sea la convencional, no la varía de un recitado a otro.

- Cuáles son los errores recurrentes o las omisiones sistemáticas (después de un número terminado en 9, dice el nombre de un número redondo que no corresponde u otro número; después del 10, dice un nombre inventado como "dieciuno"; o al recitar la serie suele saltearse los números que inicien o terminen con siete y pasa del seis al ocho, del dieciséis al dieciocho, del sesenta al ochenta, etc.)

- En caso de detención, si reinicia el recitado al decírsele el número siguiente. Por ejemplo algunos alumnos se detienen en 39, si se les dice 40, continúan hasta el 49, etc. Esto indica que lo que no saben aún es el nombre de las decenas.

Situación 2. Conteo de una colección

El maestro prepara una colección de objetos idénticos y desplazables (chapitas, porotos, etc.) y propone: "*¿Me podés decir cuántos objetos hay?*". La cantidad de objetos debe ser menor al máximo que el alumno sabe recitar.

En el caso de que el niño no diga o haga nada, se le puede decir: "*Si querés, podés moverlos*". Si al contarlos no concluye con un número, preguntarle: "*Entonces, ¿cuántos hay?*"

• Se puede observar si al preguntar "*¿Cuántos hay...?*" recurre al conteo, a una estimación global o responde de algún otro modo desvinculado de aspectos numéricos.

En el caso de que apele al conteo, habrá que observar el dominio:

- de la sincronización entre los gestos (tomar los objetos, desplazarlos, señalarlos) y el recitado de los números (**principio de adecuación única:** establecimiento de una correspondencia término a término entre palabras - números y objetos);

- de la **organización del conteo** (separación de los objetos ya contados de los que no, omisiones o repeticiones debidas o no al desplazamiento, etc.);

- del **principio cardinal** (asignar a la colección el último número pronunciado): a la pregunta "*¿Cuántos hay?*", el niño responde con el último número anunciado. Debe tenerse en cuenta que algunos chicos que poseen el principio de adecuación única, y al preguntarles "*¿Cuántos hay?*" responden repitiendo la secuencia completa utilizada para contar.

Situación 3. Utilización del conteo para crear una colección

El maestro prepara una colección de aproximadamente 15 o 20 objetos y una caja vacía.

Pide al alumno: "*Poné en esta caja X (objetos)*". La cantidad de objetos debe ser menor que el total de objetos presentados y menor a la que el niño pudo dominar en el ítem anterior. Si sobrepasa el número pedido (en dos números o más), el maestro interviene: "*¿Te acordás de lo que te pedí? Tenés que poner en esta caja justo X (objetos).*"

• A partir de la actividad se puede observar si:

- se detiene al término del conteo de X objetos declarando que ha terminado y logra cumplir con la consigna;

- cuenta todos los objetos de la colección hasta que se acaban, sin detenerse en X objetos. De esta forma, aunque logra hacer corresponder un objeto a cada nombre de número enunciado, aún no logra controlar ese conteo para detenerse en el número que corresponde;

- inicia el conteo de los objetos, percibe que se ha olvidado de lo que le pidieron y pregunta "*¿Cuántos tenía que poner?*", y al señalárselo, logra hacerlo correctamente. En este caso, es capaz de reconocer que "necesita" detener el conteo antes de que se terminen los objetos.

Situación 1. Dictado de números

Un dictado de números permite recabar información sobre cuál es el estado de conocimientos de los alumnos sobre la escritura convencional de los números. Cuando la intención es evaluar lo enseñando, es necesario elegir con cuidado los números a dictar, teniendo en cuenta centralmente qué porción de la serie se ha trabajado en la enseñanza sistemática.

Es importante, según el recorte de la serie que se trabaja, elegir números más sencillos –que son en general los números redondos– y otros más complejos (Por ejemplo: aquellos que llevan ceros intermedios). Esto permitiría evaluar qué números ya logra escribir convencionalmente, cuáles no y cuáles son los tipos de errores que produce.

Ejemplo de números a dictar:

30 – 84 – 12 – 21 – 13 – 25 – 47 – 56 – 80

• Se puede observar si en su producción el alumno:

- para cada número propuesto, escribe las unidades que corresponden pero elige una cifra incorrecta para las decenas;

- para escribir números que no sabe, apela a la yuxtaposición de los nudos siguiendo el orden que le indica la numeración hablada. Por ejemplo: si para 84 escribe 804;

- al escribir el 12 o el 13 (cuyos nombres ofrecen menos "pistas" para pensar la cifra que corresponde a las decenas,) invierte las cifras (escribiendo 21 o 31), seguramente centrándose nuevamente en la numeración hablada (ya que cuando se nombra "doce", primero "suena" un dos);

- conoce la escritura de los nudos o estos aún le resultan complejos.

Otro ejemplo:

800 – 200 – 208 – 439 – 5.000 – 7.024 – 3.947 – 1.500 – 8.006

• Se puede observar si en su producción el alumno:

- escribe bien los números de tres cifras pero no los números de cuatro cifras;

- escribe con errores los números que tienen ceros intermedios (puede ser que en los números del orden del mil escriban a partir de la hipótesis de que el punto alcanza para que un número se lea "mil": 7.24 u 8.6);

- logra escribir correctamente números redondos, o sea dispone del conocimiento de la escritura de los "nudos" (decenas enteras, centenas enteras, etc.);

- escribe de modo aditivo apoyándose en la numeración hablada: 2008 como 208 o 5100 al escribir 5.000 (con más o menos ceros).

Situación 2. Escribir números a partir de otro dado

Esta situación supone una opción menos compleja que el dictado de números, porque ofrece un apoyo para la escritura. En la tarea de enseñanza de la escritura de números, el poder tomar información de otras escrituras para producir la nueva notación es un aspecto muy importante. Es posible que algunos alumnos que muestren más dificultades a la hora del dictado puedan encarar esta tarea con un mejor desempeño, siempre y cuando haya sido objeto de trabajo en el aula.

Por ejemplo:

Si **quinientos ocho** se escribe así **508**, ¿cómo se escribirán estos números?

Quinientos dos: ____
Quinientos treinta y ocho: ________________________________
Quinientos ochenta: ____________________________________

• Se puede observar si en su producción el alumno:

- puede tomar la información provista por el número dado y realizar los cambios necesarios para escribir los números pedidos;

- intenta escribir lo pedido, sin considerar la información dada, y lo hace aditivamente (5002, para 502, por ejemplo).

3. Comparación y orden de escrituras numéricas

Para una situación de evaluación, es necesario elegir con cuidado los números a comparar u ordenar, teniendo en cuenta centralmente **qué porción de la serie se ha trabajado en forma sistemática**.

Es importante, según el recorte de la serie que se trabaja, elegir números que tengan distinta cantidad de cifras y con la misma cantidad de cifras (que empiecen con una cifra distinta y que tengan las cifras invertidas). Otra cuestión a considerar es que aparezcan cifras mayores aun cuando el número sea más pequeño (por ejemplo: 1.000 y 99).

Situación 1. Reconocer qué número es mayor

Marcá en cada caso el número mayor:

12 – 21
78 – 121
19 – 53

• A partir de las respuestas de los alumnos, se puede observar cuáles son las distintas hipótesis puestas en juego por cada uno para decidir cuál es mayor:

- si se guía por la cantidad de cifras para decidir;
- si se guía por la posición de cada cifra;
- si al 21 y al 12 los considera iguales porque tienen las mismas cifras;
- si a 19 lo considera más grande por la presencia del 9;
- si a 78 lo considera más grande por la presencia del 7 y del 8.

Para poder indagar sobre esas hipótesis, si los alumnos ya escriben por su cuenta, es necesario indicarles que escriban a lado de cada par de números cómo se dieron cuenta. Si aún no lo hacen será necesario, en particular cuando hay errores, indagar oralmente cuáles son las ideas que se expresan en ellos.

Situación 2. Ordenar números

Ordená los siguientes números de menor a mayor:

1.999 899 10.001 1.546 1.432

• A partir de las respuestas de los alumnos, se puede observar cuáles son las distintas hipótesis puestas en juego por cada uno para decidir el orden:

- si se guía por la cantidad de cifras para ubicar el 10.001 y el 899;

- si se guía por la posición de cada cifra para ordenar 1.999, 1.546 y 1.432;

- si toma en cuenta el valor absoluto de las cifras y considera mayores a las notaciones que tienen 9 y 8 aunque tengan menor cantidad de cifras.

4. Análisis del valor posicional

Para evaluar el conocimiento de los niños sobre el valor posicional de las cifras en los números, hay que plantear problemas referidos a contextos que se hayan trabajado durante la enseñanza en el aula: contexto de dinero con billetes de $100, $10 y monedas de $1; juegos de puntajes, etc. De acuerdo con lo abordado, los problemas pueden poner en juego tanto la descomposición como la composición de números. Asimismo, es importante que los números elegidos se refieran al recorte de la serie numérica que se ha trabajado.

Hay que tener en cuenta que es diferente proponer un problema en el que sea necesario determinar cuántos billetes de $100, de $10 y de $1 se necesitan para componer una cantidad, que proponer la misma situación pero usando solamente billetes de $10 y monedas de $1. En este último caso, se está avanzando para observar si los alumnos establecen relaciones entre las distintas posiciones de las cifras, reconociendo, Por ejemplo: que “uno de 100 es lo mismo que 10 de 10, y que 110 equivalen a 11 de 10, etc.”.

Situación 1. Componer cantidades en el contexto del dinero

En el banco, a un señor le pagaron con 8 billetes de \$100, con 5 billetes de \$10 y con 7 monedas de \$1. ¿Qué cantidad de dinero recibió el señor?

• A partir de las resoluciones se puede observar si el alumno:

- comprende la situación planteada y busca una estrategia para componer la cantidad pedida;

- utiliza alguno de estos procedimientos para componer la cantidad: lo hace mentalmente, apela a sumas de *cienes*, *dieces* y *unos* o dibuja los billetes correspondientes.

- logra escribir la cantidad correcta (puede suceder que algún alumno elija un procedimiento pertinente, pero escriba mal el número porque hace una escritura aditiva –en este caso 800501– o porque se equivoca en el conteo final y pone *cienes*, *dieces* o *unos* de más o de menos).

Situación 2. Descomponer un número en el contexto del dinero con restricciones de billetes

El cajero del banco tiene que pagar $256 pero no tiene billetes de $100. Sólo tiene billetes de $10 y monedas de $1. ¿Cómo podrá formar esa cantidad?

• A partir de las resoluciones se puede observar si el alumno:

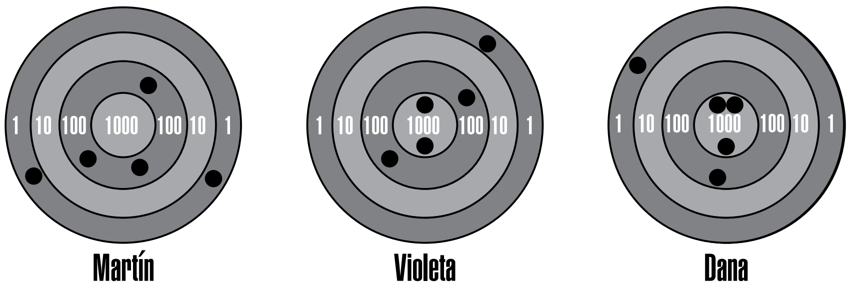
- comprende la situación planteada y busca una estrategia para descomponer la cantidad en billetes de diez y monedas de uno;

- utiliza alguno de estos procedimientos para componer la cantidad: mentalmente, sumando de 10 en 10 o dibujando billetes;

- logra determinar la cantidad de billetes de $10 como una sola cantidad –25 billetes de 10–, o expresa separadamente los *dieces* que corresponden al 200 y los que corresponden al 50: 20 de diez y 5 de diez.

Situación 3. Componer números en contexto de un juego de puntajes

En un juego de tiro al blanco, cada uno de los tres jugadores realizó 5 tiros. A partir del siguiente dibujo, anotá cuántos puntos obtuvo cada uno.



- A partir de las resoluciones se puede observar si el alumno:

  - comprende la situación planteada y busca una estrategia para componer los puntajes de cada uno de los niños interpretando el gráfico presentado;

  - utiliza alguno de estos procedimientos para componer la cantidad: lo hace componiendo los *cienes*, los *dieces* y los *unos* directamente, o lo hace sumando cada una de las cantidades correspondientes a cada orden;

  - logra escribir la cantidad correcta (puede suceder que algún alumno elija un procedimiento pertinente, pero escriba mal el número porque hace una escritura aditiva –por ejemplo 3002 para Martín– o porque se equivoca en el conteo final y pone *cienes* o *dieces* o *unos* de más o de menos).

2. Suma y resta

Las progresiones referidas a la suma y la resta se han organizado en dos partes: **Resolución de diversos tipos de problemas** y **Estrategias de cálculo**.

Al interior de **Resolución de diversos tipos de problemas**, se abordan los sentidos de las operaciones más fáciles de reconocer para los alumnos (agregar, reunir, quitar, perder, avanzar, retroceder), en las que la complejidad creciente está dada por el aumento en las cantidades involucradas y los procedimientos de resolución que se espera utilicen. Asimismo, se incluye un cierto trabajo exploratorio sobre problemas un poco más complejos, como por ejemplo averiguar la diferencia entre dos cantidades, "cuánto se tenía antes" de una cierta transformación o "cuánto se agregó o quitó" a una cantidad. Algunos problemas para los niveles más avanzados involucran varias operaciones. Por último, se incluye un tipo de problemas que exige analizar y seleccionar datos dados en cuadros o dibujos con información numérica, ya sea para responder o para inventar preguntas.

Debe advertirse que resolver problemas es una tarea de mucha complejidad para los alumnos ya que se ponen en juego varios aspectos simultáneamente y requiere de la articulación de diversas capacidades. Comprender el problema implica comprender que el enunciado planteado relata una cierta situación, que incluye una serie de datos y preguntas sobre ellos. Ese enunciado debe conducir al niño a una "acción" que implica una reflexión y toma de decisiones. En consecuencia, es indispensable que la lectura del enunciado evoque una situación conocida por el alumno o susceptible de ser construida mentalmente de modo que pueda construir una representación mental de la situación.

Por otra parte, la posibilidad de encontrar una estrategia para resolver un problema no depende, únicamente, de haber comprendido el texto de su enunciado. Hace falta, además, seleccionar qué datos de la situación representada son útiles y decidir cómo "manipularlos". Para que los alumnos aprendan a resolver problemas, es necesario plantear actividades que les permitan aprender a identificar datos, incógnitas y soluciones. Será necesario generar instancias de discusión y análisis respecto de cuáles son los datos pertinentes o cuáles deberían estar presentes; cuál es la pregunta que se plantea; si es posible encontrar una solución con los datos dados o no, si hay más de una solución posible, hay una sola o no es posible encontrar solución.

La parte de **Estrategias de cálculo** abarca la construcción de un repertorio aditivo y sustractivo de cálculos memorizados y, luego, su utilización para resolver otros con cantidades muy próximas. Se incluyen las diferentes estrategias de cálculo mental que se desarrollan a partir de componer y descomponer cantidades con apoyo en las propiedades del sistema de numeración, así como también la exploración de estrategias para realizar cálculo mental estimativo. En los niveles más avanzados, se inicia el uso de variados algoritmos para sumar y restar conservando la decisión del alumno sobre qué anotar.

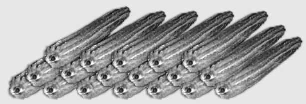
Tanto en **Resolución de diversos tipos de problemas** como en **Estrategias de cálculo**, vale señalar que no todos los aspectos involucrados están presentes en los cuatro niveles.

Es muy importante, como ya se señaló, tener en cuenta que la evolución en los niveles de progresión que a continuación se desarrollan podrá aparecer bajo la condición de que los alumnos hayan participado a situaciones sostenidas y sistemáticas de enseñanza para cada clase de problemas.

Es necesario aclarar también que la distinción entre **Resolución de diversos tipos de problemas** y **Estrategias de cálculo** se realiza solo con el fin de organizar la presentación de la información sobre la progresión esperable, pero son dos asuntos que están completamente relacionados en la enseñanza. Estos dos aspectos se abordan de manera simultánea a la hora de programar el trabajo en el aula. Las estrategias utilizadas por los alumnos se relacionan con el tipo de problema presentado y no avanzan de manera paralela para cada tipo de situación. Un niño puede utilizar estrategias de cálculo mental, apoyándose en cálculos que tiene memorizados para resolver problemas de "quitar" o "agregar", pero, sin embargo, frente a problemas más complejos y menos "transparentes", como aquellos que ponen en juego la comparación de cantidades para determinar su diferencia, es probable que realice, en las primeras aproximaciones, procedimientos más ligados al conteo o sobreconteo. Es necesario, por eso, un trabajo de enseñanza que avance sobre la relación entre problemas y procedimientos de cálculo.

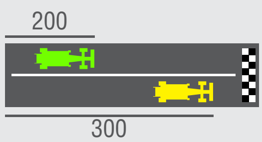
A continuación tabla de Resolución
de diversos tipos de problemas →

Resolución de diversos tipos de problemas

Nivel I	Nivel II
Resuelve problemas en los que hay que unir, agregar, quitar, avanzar o retroceder con cantidades pequeñas (hasta 10 o 15 aproximadamente) por medio del conteo –usando dedos, dibujos, objetos– o usando el sobreconteo.[1] El uso del sobreconteo significa un avance en el dominio de las estrategias generales ligadas al conteo.	Resuelve problemas en los que hay que unir, agregar, quitar, avanzar o retroceder con cantidades hasta 100, reconociendo la escritura matemática correspondiente a la suma y la resta y usando cálculos mentales[2] o calculadora.
	Resuelve problemas en los que hay que averiguar el complemento entre dos cantidades –hasta 100 aproximadamente y con números redondos o relativamente próximos entre sí–, cuyos enunciados incluyen dibujos o gráficos que apoyen la posible representación de la situación, por medio de diferentes procedimientos: • conteo o sobreconteo, • con cálculos mentales (sumando o restando con cálculos parciales, o probando con distintos números, etc.), • con calculadora. Por ejemplo: *María está armando el festejo del cumpleaños de Joaquín. Preparó 18 churros, 7 rellenos de dulce de leche y los demás sin rellenar. ¿Cuántos churros sin rellenar preparó?* 
	Resuelve problemas en los que hay que averiguar cuánto se agregó o se quitó (con cantidades hasta 100 aproximadamente y con números redondos o relativamente próximos entre sí). En situaciones de intercambio grupal, se espera que los alumnos exploren escrituras de cálculos posibles para los problemas anteriores. Por ejemplo: *Si para resolver una situación en la que se pedía averiguar el complemento de una cantidad (cuánto le falta a 15 para llegar a 40), los niños usaron el conteo o sobreconteo, o fueron agregando 5 para llegar a 20 y luego 20 más para llegar a 40, se espera que reconozcan la escritura 15 + 25 = 40 y puedan también explorar la escritura 40 – 15 = 25.*

[1] Sobreconteo se refiere al procedimiento en el que los niños parten de uno de los números y agregan la otra cantidad contando. Por ejemplo: para sumar 7 + 3, pueden pensar: 7… 8, 9, 10.

[2] Se llama cálculo mental al conjunto de procedimientos articulados que los niños realizan considerando las particularidades de los números involucrados, apoyándose en las propiedades de las operaciones y del sistema de numeración, sin recurrir a un mecanismo preestablecido. Debe advertirse que el cálculo mental no excluye el uso de lápiz y papel para volcar resultados parciales, y que los procedimientos no responden a reglas fijas, sino que son seleccionados según los que mejor se adapten a los números en juego.

Nivel III	Nivel IV
Resuelve problemas en los que hay que unir, agregar, quitar, avanzar o retroceder con cantidades hasta 1.000, reconociendo la escritura matemática correspondiente a la suma y la resta y usando cálculos mentales, algoritmos o la calculadora.	Resuelve problemas en los que hay que averiguar “cuánto tenía antes” de quitar o agregar, usando diferentes estrategias de cálculo mental o calculadora tales como ir sumando o restando con cálculos parciales, probando con números, etc. En situaciones de intercambio grupal, se espera que los niños puedan reconocer las sumas y restas que permiten obtener las respuestas. Por ejemplo: *María está ahorrando dinero para comprarse una campera. Recibió $400 de su abuelo y ahora ya tiene ahorrado $1.000. ¿Cuánto dinero había logrado ahorrar antes de agregar lo que le regaló su abuelo?*
Resuelve problemas en los que hay que averiguar el complemento entre dos cantidades cuyos enunciados NO incluyen dibujos o gráficos, por medio de diferentes recursos: • cálculo mental (sumando o restando con cálculos parciales, o probando con distintos números, etc.), • calculadora, • algoritmos.	
Resuelve problemas en los que hay que averiguar cuánto se agregó o se quitó por medio de distintos recursos de cálculo mental o con el algoritmo.	
Resuelve problemas en los que hay que comparar dos cantidades, buscando la distancia que hay entre ellas, con números redondos o relativamente próximos entre sí. Por ejemplo: *El auto A salió y avanzó 200 metros, el auto B vas más adelante y ya recorrió 300 metros. ¿Por cuántos metros le va ganando el auto B al auto A?* 	
	Resuelve problemas de sumas y restas con dos o tres pasos (con cantidades hasta 1.000) usando cálculos mentales de sumas y restas, el algoritmo o la calculadora. En situaciones de intercambio grupal se espera que la mayor parte de los alumnos pueda reconocer que las sumas y restas pueden hacerse en diferente orden y que el resultado que se obtiene es el mismo.
Resuelve problemas de suma y resta en los que hay informaciones diversas en dibujos o cuadros y el alumno debe seleccionar qué datos usar. A partir de esa misma colección de informaciones, logra identificar e inventar preguntas que pueden responderse y que no pueden responderse con los datos que se brindan.	Resuelve problemas de suma y resta en los que hay informaciones diversas en dibujos o cuadros y el alumno debe seleccionar qué datos son necesarios para responder cada pregunta. También logra inventar preguntas que pueden responderse y que no pueden responderse con los datos que se brindan, o inventar problemas y preguntas a partir de ciertos cálculos dados.

Nivel I	**Nivel II**
Resuelve problemas de suma y resta con cantidades menores a 10 o 15, por medio de: • conteo: con dedos, con la representación gráfica en dibujos o marcas, o usando objetos. Representa ambas cantidades y cuenta todo para determinar la cantidad total en la suma y tacha, o cuenta para atrás, en la resta; • sobreconteo en el caso de la suma y desconteo[3] en el caso de la resta. Por ejemplo: *Para hacer 14 + 10, empieza a contar desde el 14 agregando diez y llega a 24. O para hacer 15 – 6 cuenta para atrás desde el 15.*	Dispone de un conjunto de resultados memorizados o que puede recuperar u obtener con cierta facilidad: Para la suma: • sumas que dan 10, • sumas de números iguales hasta el 10, • cualquier número más 1, • cualquier número más 10, • sumas de números iguales redondos, • sumas de número redondos entre sí (10 + 20 o 30 + 50, etc.). Para la resta: • cualquier número menos 1, • cualquier número menos 10, • resta de números redondos entre sí (40 – 20, 50 – 30, etc.), • restas de 10 menos dígitos (10 – 4, 10 – 7, etc.).
Resuelve cálculos sencillos con cantidades menores a 10 o 15, presentados aisladamente (como 5 + 7 o 6 – 4): dibuja objetos o palitos y agrega o quita, cuenta y obtiene el resultado, o realiza sobreconteo, o desconteo.	
	En situaciones de exploración colectiva, los alumnos discuten la posibilidad de usar un cálculo memorizado para averiguar el resultado de otro cálculo de suma. Por ejemplo: *Para resolver 5 + 6, un alumno sabe que 5 + 5 = 10, de modo que 5 + 6 será 11 sin la necesidad de contar de uno en uno.*
	Obtiene los resultados de ciertos cálculos apoyándose en propiedades del sistema de numeración (por ejemplo 20 + 8 = 28 o 56 – 6 = 50). Usa, dibuja o imagina billetes de \$10 y monedas de \$1 para descomponer aditivamente los números tanto para resolver problemas como cálculos aislados. Por ejemplo: *Para hacer 13 + 22, un alumno dibuja: un billete de \$10 y 3 monedas de \$1, y luego 2 billetes de \$10 y 2 monedas de \$1, a continuación, averigua el total contando de 10 en 10 y luego de 1 en 1.*

[3] Se denomina desconteo al conteo “para atrás” o “para abajo” en la serie numérica.

[4] El cálculo algorítmico –en el que se opera en columnas– es el que se realiza siguiendo una serie de pasos preestablecidos, en un orden determinado, independientemente de los datos, que garantiza alcanzar un resultado en un número finito de pasos.

Nivel III	Nivel IV
Dispone de un conjunto de resultados memorizados o que puede recuperar u obtener con cierta facilidad: • sumas que dan 100, • dobles de 100, 200, 300, etc., • sumas de número redondos entre sí hasta el 1.000 (100 + 200 o 300 + 500, 100 + 50, 250 + 250, etc.), • restas de cualquier número de tres cifras menos 100, • restas de números redondos entre sí (400 – 200, 500 – 300, etc.), • restas de 100 menos números redondos (100 – 4, 100 – 70, etc.).	Dispone de un conjunto de resultados memorizados o que puede recuperar u obtener con cierta facilidad: • sumas que dan 1.000, • dobles de 1.000, 2.000, 3.000, etc. • sumas como 1.000 + 500, 2.500 + 2.500, etc., • restas de cualquier número menos 1.000, • restas de 1.000 menos números redondos de tres cifras (1.000 – 300, 1.000 – 800).
Usa resultados memorizados o escritos de suma y resta para averiguar el resultado de otras sumas o restas. Por ejemplo: *Si 70 + 30 = 100, ¿cuánto es 70 + 40?* *Si 70 + 70 = 140, ¿cuánto es 140 – 70?* *Si 20 – 10 = 10, ¿cuánto es 20 – 11?*	Usa esos resultados memorizados o escritos para averiguar el resultado de otros cálculos con números mayores. Por ejemplo: *Para resolver 6.500 + 2.000, un alumno parte de que 6.000 + 2.000 = 8.000, entonces agrega 500.*
Obtiene los resultados de cálculos apoyándose en resultados memorizados, en propiedades del sistema de numeración y en descomposiciones aditivas. Por ejemplo: *Para resolver 501 + 201 un alumno resuelve 500 + 200 = 700 y luego agrega 2. En el caso de una resta, para resolver 85 – 29, hace 85 – 20 – 9.*	Obtiene los resultados de cálculos apoyándose en resultados memorizados, en propiedades del sistema de numeración y en descomposiciones aditivas. Por ejemplo: *Para resolver 2.340 + 1.300, un alumno hace 2.000 + 1.000 + 300 + 300 + 40 o 2.000 + 1.000 + 340 + 300, etc.*
Realiza cálculos estimativos cuyos resultados sean, en un inicio, hasta 100 y luego hasta 1.000 aproximadamente. Por ejemplo: *34 + 53, ¿dará menos o más que 80?* *340 + 534, ¿dará más o menos que 800?*	Realiza cálculos estimativos cuyos resultados sean hasta 10.000 aproximadamente. Por ejemplo: *3.489 + 5.376, ¿dará más o menos que 8.000? ¿Y que 10.000?*
En el intercambio grupal del aula, se espera que los alumnos puedan analizar la relación con el valor posicional identificando en las escrituras de los números cuáles son los *cienes*, *dieces* y *unos*, usando o no billetes y monedas.	En el intercambio grupal del aula, se espera que los alumnos puedan analizar la relación con el valor posicional identificando en las escrituras de los números *miles*, *cienes*, *dieces* y *unos* con o sin dibujos de billetes y monedas.
Resuelve sumas usando algoritmos (cuentas verticales[4]), escribiendo o no cálculos parciales intermedios y anotando o no marcas o números que indiquen agrupamientos.	Resuelve sumas y restas usando algoritmos (cuentas verticales) escribiendo o no cálculos parciales intermedios y anotando o no marcas o números que indiquen agrupamientos.
En el intercambio grupal, se espera que puedan comparar diferentes notaciones y composiciones y descomposiciones y su relación con el valor posicional.	En el intercambio grupal, se espera que puedan comparar diferentes notaciones y composiciones y descomposiciones y su relación con el valor posicional.

Actividades para relevar los aprendizajes de los alumnos

Se incluyen aquí algunos ejemplos de problemas que permiten recabar información sobre el estado de conocimiento de los alumnos en relación con las operaciones de suma y resta, tanto sobre la resolución de diversos tipos de problemas, como de cálculos mentales y algorítmicos. En el trabajo cotidiano en el aula, observar su desempeño mientras resuelven los problemas que se les plantean, analizar el tipo de intervenciones y preguntas que hacen y los comentarios o explicaciones que pueden dar de su trabajo, da indicadores para conocer qué saben. Sin embargo, se hace necesario, también, plantear momentos específicos de trabajo individual que permitan mirar más detenidamente la producción de cada uno. Las situaciones propuestas a continuación responden a este propósito.

Es importante subrayar que las situaciones que el docente elija para evaluar los conocimientos de los alumnos tienen que tener relación con el tipo de problemas y el campo numérico que se haya trabajado en la enseñanza. Cabe considerar que hay distintos tipos de problemas que se resuelven con sumas o restas y su complejidad es muy variable. También el tipo y tamaño de los números en juego es una variable importante a la hora de considerar la dificultad de las situaciones propuestas.

Como ya se señaló, es importante pedir que los alumnos anoten de alguna manera el procedimiento que llevaron a cabo para la resolución de cada problema y no solo la respuesta.

Situación 1. Problema de reunir cantidades

Juan y Marcelo están jugando con sus autitos. Juan trajo 15 autitos y Marcelo 28. ¿Cuántos autitos tienen entre los dos?

• Se puede observar si el alumno:

- comprende lo que pide el problema: se trata de reunir dos cantidades (el 15 y el 28);

- puede reconocer que lo que plantea el problema se representa con una suma, es decir, reconoce la escritura matemática que corresponde: 15 + 28;

- resuelve con procedimientos ligados al conteo o con procedimientos de cálculo:

› hace marcas en el papel para contar o usa una banda numérica o grilla y cuenta sobre ella;

› utiliza el sobreconteo: afirma que contó desde alguno de los dos números, o señala “me puse en la cabeza y conté”;

› hace algún tipo de cálculo como: 28 + 10 + 5, o 20 + 10 + 8 + 5, etc.

De aparecer un error en el resultado, es importante analizar si el alumno no comprendió la situación planteada o se trata de un error en el conteo o en el cálculo.

Situación 2. Problema de “quitar” (transformación negativa)

Agustín tenía 34 figuritas de fútbol. Regaló 12. ¿Cuántas figuritas tiene ahora?

• Se puede observar si el alumno:

- comprende lo que pide el problema: se trata de una disminución de una cantidad, a 34 hay que quitarle 12;

- puede reconocer que lo que plantea el problema se representa con una resta, es decir reconoce la escritura matemática que corresponde: 34 – 12;

- resuelve con procedimientos ligados al conteo o con procedimientos de cálculo:

  › hace 34 marcas en el papel y tacha o borra 12, o usa una banda numérica o grilla y descuenta sobre ella;

  › hace algún tipo de cálculo como: 34 – 10 – 2, o 30 – 10 y 4 – 2, etc.

Si aparece un error en el resultado, es importante analizar si es que el alumno no comprendió la situación planteada y elije una operación no pertinente para este problema como sumar ambos números, o se trata de un error en el conteo o en el cálculo.

Situación 3. Problema de complemento

La siguiente situación presenta un problema de complemento en el que hay que averiguar cuánto le falta a un número para llegar a otro. Si bien es un problema que avanza sobre un sentido de la resta, pues se trata de averiguar la diferencia entre dos números, puede ser resuelto usando una resta o también usando una suma con incógnita (en este caso, cuánto debo sumarle a 125 para llegar a 350). Los números en juego –su cercanía, o si son redondos o no– pueden favorecer el uso de uno u otro procedimiento. En este caso, la decisión de poner números más grandes y distantes entre sí tiene que apoyarse en un trabajo de cálculo previo, ya que es muy costoso resolver este problema con una estrategia de conteo. En el caso de elegir un problema similar pero con números más pequeños o menos distantes entre sí, se habilita la estrategia de conteo también. En el caso de usar la suma, hay que reconocer que la respuesta del problema no es la respuesta de la cuenta, sino que es uno de los sumandos.

La cooperadora de la escuela va a repartir un chupetín a cada uno de los 350 alumnos de la escuela. Si ya repartió 125, ¿cuántos le faltan repartir?

• Se puede observar si el alumno:

- comprende lo que pide el problema: reconoce que hay que considerar cuánto le falta a un número para llegar a otro y que la respuesta al problema es esa distancia;

- puede reconocer que lo que plantea el problema se representa con una resta o con una suma con incógnita, es decir, reconoce la escritura matemática que corresponde: 350 – 125 o 125 + ……… = 350;

- hace algún tipo de cálculo: 350 – 100 – 25;
125 + 25 = 150, 150 + 150 = 300, 300 + 50 = 350

- elije un procedimiento adecuado, como pensar cuánto agregarle a 125 para llegar a 350, pero sin lograr encontrar cuál es la respuesta al problema (por ejemplo, porque pone que la respuesta es 350).

De aparecer un error en el resultado, es importante analizar si es que el alumno no comprendió la situación planteada y elije una operación no pertinente para este problema como sumar ambos números, o se trata de un error en el conteo o en el cálculo.

Situación 4. Sistematización de un repertorio de cálculo

Esta propuesta permite evaluar cuáles son los cálculos que los alumnos han memorizado y pueden utilizar para resolver otros. La organización en columnas promueve que se apoyen en los cálculos de una cifra de la primera columna para resolver cálculos de dos y tres cifras (segunda y tercera columna respectivamente). De ese modo, es posible evaluar cuáles resultados ya conoce el alumno de memoria pero, además, si logra establecer relaciones entre cálculos.

Evaluar por escrito qué repertorio de cálculo tiene disponible cada alumno y qué estrategias utiliza es complejo porque requiere observar detenidamente cómo resuelve cada cálculo: ¿lo sabe de memoria o cuenta con dedos? ¿Resuelve cálculos apoyándose en los anteriores o hace el algoritmo? Por eso, este ítem puede plantearse oralmente con cada uno o en grupos pequeños.

Calculá sin escribir cuentas.

5 + 5 =	50 + 50 =	500 + 500 =
6 + 6 =	60 + 60 =	600 + 600 =
7 + 6 =	70 + 60 =	700 + 600 =
8 + 8 =	16 – 8 =	160 – 80 =
40 + 7 =	47 – 7 =	2.000 – 1.000 =

• Se puede observar con cada alumno:

- el tiempo que tarda en resolver cada cálculo, ya que la velocidad de resolución es señal de si efectivamente hace uso de los cálculos de dígitos para resolver los otros cálculos presentados;

- cuáles son los que ya tiene incorporados como repertorio memorizado y en cuáles usa alguna estrategia de conteo;

- si ya logra resolver las sumas de dígitos, pero no utiliza esos resultados para las sumas o restas de números de dos y tres dígitos;

- si logra resolver los cálculos de suma pero no los de resta.

Situación 5. Estrategias de resolución de cálculos

Esta propuesta permite observar qué recurso de cálculo mental usan los alumnos para resolver los cálculos propuestos. Los números que se presenten dependerán del tipo y tamaño de los números con los que se ha trabajado en las clases. Se propondrán los cálculos que mejor admitan poner en juego los recursos de cálculo mental trabajados en la enseñanza.

En muchos casos, resultará necesario preguntarle al alumno cómo pensó la resolución. Eso permite no solo interpretar los errores que pudieran haber aparecido, sino aún en el caso de resoluciones correctas, conocer qué estrategia utilizó para decidir en qué dirección seguir trabajando.

Resolvé los siguientes cálculos y escribí todas las cuentas que te ayudan a resolverlos.

40 + 20 =	**48 + 50 =**	**250 + 54 =**	**35 + 28 =**
60 – 20 =	**65 – 20 =**	**45 – 23 =**	**72 – 27 =**

• Se puede observar si el alumno:

- utiliza el conteo apoyándose en la representación gráfica de ambas cantidades o de una de ellas;

- utiliza el conteo apoyándose en un portador numérico, por ejemplo, una banda o una grilla:

› cuenta desde el uno, o parte de alguno de los números del cálculo, agregando o sacando de a uno el otro número;

› cuenta desde uno de los números, avanzando de a 10 directamente. Por ejemplo, para 35 + 28, se apoya en el 35 y “baja” sobre el cuadro de números el 55 y luego avanza los 8 restantes;

- se apoya en cálculos memorizados o disponibles, por ejemplo para 40 + 20 usa 4 + 2;

- utiliza descomposiciones aditivas:

› desarma ambos números para sumarlos y restarlos. En el caso de algunas restas, cuando las unidades del minuendo son menores que las del sustraendo (por ejemplo en 72 – 27), podrían aparecer errores del tipo: 2 – 7 = 0, o 2 – 7 = 5. Otro error habitual es descomponer ambos números y restar todos los números intervinientes entre sí. Por ejemplo, para 72 – 27 hacer 70 – 20 – 2 – 7. Estos errores habituales precisan de un trabajo de enseñanza específico pues es necesario explicitar las diferencias entre la suma y la resta, ya que frecuentemente derivan de la generalización que los alumnos hacen de propiedades que se cumplen en la suma, pero no en la resta;

› desarma ambos números pero no logra componer la cantidad final, sino que yuxtapone ambos resultados. Por ejemplo, para 35 + 28, hace 30 + 20 = 50, 8 + 5 = 13 y luego escribe como resultado 513;

› desarma solo uno de los números implicados. Puede hacerlo en descomposiciones más "largas" o menos "largas". Por ejemplo, para 45 + 23, puede hacer 45 + 10 + 10 + 3 o 45 + 20 + 3;

- utiliza el algoritmo en todos o algunos de los casos. Se analizan en el siguiente punto errores posibles en ese tipo de resolución.

Situación 6. Resolución de algoritmos

Esta propuesta permite observar el nivel de dominio del cálculo algorítmico que tienen los alumnos. Los números a incluir en las cuentas dependerán del tipo y tamaño de los números con los que se ha trabajado en las clases. Se presentan algunas cuentas solo a modo de ejemplo.

Resolvé las siguientes restas utilizando la "cuenta parada":

$$\begin{array}{r} 83 \\ -\ \underline{45} \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 907 \\ -\ \underline{673} \end{array}$$

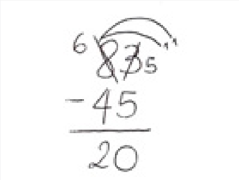
• Se puede observar si el alumno:

- resuelve correctamente la cuenta anotando o no cálculos intermedios;

- resuelve erróneamente cuando alguna de las cifras del minuendo es menor que la del sustraendo, anotando o no cálculos intermedios:

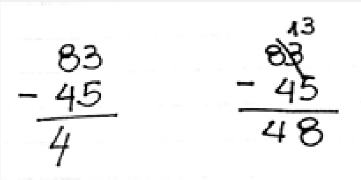
› escribe 0, o invierte el orden al restar. Por ejemplo, al hacer 83 – 45, hace 3 – 5 y pone 0 o pone 2. Como ya se señaló, estos errores que suelen ser habituales precisan de un trabajo de enseñanza específico pues es necesario explicitar las diferencias entre la suma y la resta, ya que frecuentemente derivan de la generalización que los niños hacen de propiedades que se cumplen en la suma, pero no en la resta;

› no toma en cuenta el valor posicional de las cifras en juego y “saca” una cantidad de las decenas que agrega a las unidades pero sin considerar que aquella cantidad que “saca” son “dieces” y no unidades.



Por ejemplo, para 83 – 45, tacha el 8 y pone 6, y le agrega los 2 —que le sacó al 8— al 3, y pone 5. Luego hace 5 – 5 = 0.

› comienza a resolver por las decenas y coloca el resultado; luego, al resolver la resta de las unidades, no corrige el resultado obtenido para las decenas en el paso anterior.



Por ejemplo, para 83 – 45, hace 8 – 4 = 4 y luego 13 – 5 = 8 y queda como resultado 48. En este caso, sabe que al 3 lo tiene que transformar en un 13 pero no “saca” ese 10 de las decenas.

3. Multiplicación y división

Las progresiones sobre este contenido se han organizado en dos partes: **Resolución de diversos tipos de problemas** y **Estrategias de cálculo**.

La sección referida a **Resolución de diversos tipos de problemas** comprende los diferentes sentidos de cada operación. Para la multiplicación, en primer lugar, aquellos que implican repetir ciertas cantidades, también llamados de series proporcionales, que pueden estar presentados de diferentes formas: con enunciados o con tablas. Luego, los que implican determinar la cantidad total de elementos ordenados en una disposición rectangular, a partir de conocer la cantidad de filas y de columnas. Por último, problemas sencillos que exigen averiguar la cantidad de combinaciones posibles entre dos colecciones. Forman parte de los tipos de problemas de división, además de esos mismos tipos de problemas ya mencionados, aquellos que implican partir o repartir. Una cuestión que se inicia hacia finales del primer ciclo a propósito del trabajo con esos últimos problemas es el análisis de qué sucede con el resto.

Como ya fue comentado respecto de la suma y la resta, resolver problemas supone gran complejidad para los alumnos ya que demanda la articulación de diversas capacidades. Comprender un problema implica construir mentalmente una representación de la situación planteada en el enunciado, reconocer una serie de datos e identificar preguntas que exigen reflexión y toma de decisiones. Para aprender a resolver problemas los alumnos deben tener oportunidades reiteradas de enfrentar diversos tipos de situaciones que requieran analizar cuáles son los datos pertinentes o necesarios, cuál es la pregunta que se plantea, si es posible encontrar una solución, más de una o si no la hay, etc.

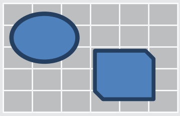
Por otra parte, el avance de los alumnos en **Estrategias de cálculo** implica la construcción progresiva de un repertorio multiplicativo inicial a partir del análisis de las relaciones entre los datos dados en tablas con series proporcionales. Luego, se avanza hacia el análisis y uso de la tabla pitagórica y hacia el cálculo mental con números redondos o descomponiendo cantidades. Para el trabajo con la división, es necesario que los niños establezcan la relación entre esta operación y la multiplicación y entiendan a la división como la operación que permite hallar el factor desconocido en una multiplicación. A partir de allí, es necesario establecer su relación con los cálculos de la tabla pitagórica y visibilizar cómo nos apoyamos en ella para resolver divisiones. A continuación, se avanza hacia la resolución de cálculos mentales de divisiones con números redondos. En los niveles más avanzados se incluyen, tanto para la multiplicación como para la división, el análisis y uso de diferentes algoritmos de cálculo o cuentas con sostenimiento de cálculos y escrituras parciales bajo la decisión del alumno. Asimismo, se propone para ambas operaciones un inicio en estrategias de cálculo estimativo. Igual que para la suma y la resta, la calculadora se incluye para la verificación de cálculos mentales y algorítmicos o para la resolución de problemas.

Es muy importante recordar que la evolución en los niveles de progresión que a continuación se desarrollan podrá aparecer bajo la condición de que los alumnos hayan participado en situaciones sostenidas y sistemáticas de enseñanza para cada clase de problemas.

Como en el caso del trabajo con suma y resta, aquí también es necesario aclarar que esta distinción que se propone entre **Resolución de diversos tipos de problemas** y **Estrategias de cálculo** se realiza solo con el fin de organizar la presentación de la información sobre la progresión esperable, pero son dos asuntos que están completamente relacionados en la enseñanza. Es necesario abordar estos dos aspectos de manera simultánea a la hora de programar el trabajo en el aula. Las estrategias para resolver cálculos utilizadas por los alumnos se relacionan con el tipo de problema presentado y no avanzan de manera uniforme para cada tipo de situación. Por otro lado, el trabajo con distintos sentidos permite analizar y establecer diferentes relaciones entre procedimientos de cálculo posible.

A continuación tabla de Resolución
de diversos tipos de problemas →

Resolución de diversos tipos de problemas

Nivel I	Nivel II
Explora en forma grupal diferentes formas de resolver problemas (contar con dibujos o marcas, con sumas sucesivas de números iguales, etc.) que implican determinar la cantidad de elementos totales de varias colecciones de igual cantidad de elementos. Por ejemplo: • *¿Cuántas ruedas tienen 5 triciclos?* •*¿Cuántas patas tienen dos gatos?*	Resuelve problemas que involucran series proporcionales por medio de sumas sucesivas y reconoce posteriormente la escritura multiplicativa (aunque para resolverlos utilice la suma reiterada). Por ejemplo: • *¿Cuántos días hay en 2, 4 y 8 semanas?* • *¿Cuánto gastó Martín si compró 3 lápices a $9 cada uno?*
Reconoce las diferencias entre los problemas en los que es necesario sumar los números presentes en el enunciado, y aquellos en los que uno de los números es el que indica cuántas veces se repite el otro número. Por ejemplo: • *Tengo 3 paquetes de figuritas. En cada uno hay 4. ¿Cuántas figuritas hay en total?* • *Tengo una bolsa con 3 caramelos y otra con 4 caramelos, ¿cuántos tengo en total?*	Resuelve problemas que involucran organizaciones rectangulares por medio de sumas sucesivas y reconoce posteriormente la escritura multiplicativa que corresponde. Por ejemplo: *Este es el piso de una cocina "tapado" por sus muebles. ¿Cuántas baldosas tiene la cocina?*  *¿Cuántas baldosas hay en un piso que tiene 6 filas de 5 cerámicos cada una?*
	Usa la calculadora para resolver problemas de series proporcionales o estructura rectangular usando un cálculo de multiplicación.
Explora, en instancias colectivas, diferentes formas de resolver problemas que implican realizar repartos equitativos: contar –con dibujos o palitos–, con sumas o restas sucesivas, etc.). Por ejemplo: *Sofía puso 8 manzanas en 2 canastas. Si en cada canasta puso la misma cantidad, ¿cuántas manzanas puso en cada una?*	Resuelve problemas de repartos y particiones equitativos (con resto 0 y distinto de 0), por medio de dibujos, marcas, sumas, restas. Por ejemplo: • *José quiere repartir en partes iguales 15 chicles entre sus 5 hijos. ¿Cuántos le dará a cada uno?* • *Juan juega a armar autitos. Tiene 12 ruedas, ¿cuántos autitos puede armar?*

<table>
<tr><th>Nivel III</th><th>Nivel IV</th></tr>
<tr><td>Resuelve problemas que involucran series proporcionales y organizaciones rectangulares reconociendo y utilizando la multiplicación con números pequeños, apelando a resultados memorizados o consultando la tabla pitagórica.</td><td>Explora, en forma grupal, problemas que implican determinar la cantidad que resulta de combinar elementos de dos colecciones distintas por medio de diversas estrategias y cálculos.

Por ejemplo:
Laura va a comer en su trabajo. El almuerzo incluye un plato de carne –milanesa o hamburguesa– y un acompañamiento –puré, papas fritas o ensalada–. ¿Cuántas posibilidades tiene para elegir?</td></tr>
<tr><td>Resuelve problemas que involucran series proporcionales y organizaciones rectangulares con números mayores, reconociendo la multiplicación correspondiente y usando la suma reiterada para resolverlos.

Por ejemplo:
• ¿Cuántas hojas hay en 4 cuadernos de 150 hojas cada uno?
• Completá la tabla:
<table>
<tr><th>Mazos</th><th>Cartas</th></tr>
<tr><td>1</td><td>40</td></tr>
<tr><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>8</td><td></td></tr>
<tr><td>10</td><td></td></tr>
</table>
• En un teatro hay 15 filas de 8 butacas cada una ¿Cuántas personas entran sentadas en ese teatro?</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Resuelve problemas de repartos y particiones equitativas y series proporcionales, por medio de diversos procedimientos de cálculo: suma, resta y multiplicación.

Por ejemplo:
• Ana tenía 49 caramelos y armó bolsitas de a 8 caramelos cada una. ¿Cuántas bolsitas pudo armar? ¿Sobraron caramelos?
• En la escuela están acomodando 45 sillas para un acto. Hay lugar para 5 filas iguales. ¿Cuántas sillas hay que poner en cada fila?
En situaciones de intercambio colectivo, reconoce la escritura del cálculo de división.

Por ejemplo:
24 : 6 = 4 (aunque para resolver un problema utilice sumas, restas u otros procedimientos).</td><td>Resuelve problemas de repartos y particiones equitativos, de organizaciones rectangulares y de series proporcionales por medio de diversos procedimientos, apoyándose en la multiplicación. Reconoce la escritura matemática del cálculo de división.</td></tr>
<tr><td></td><td>Explora en forma grupal la resolución de problemas de división que demandan analizar el resto.

Por ejemplo:
En la panadería quieren hornear 50 pizzetas. Si en cada fuente entran 8, ¿cuántas fuentes necesitan para hornear todas?</td></tr>
<tr><td></td><td>Explora en forma grupal problemas de reparto que implican partir el resto en partes iguales apelando a mitades.

Por ejemplo:
María compró 9 manzanas para 4 chicos. Si todos comen la misma cantidad y no sobra nada, ¿cuánto le toca a cada uno?</td></tr>
<tr><td></td><td>Usa la calculadora para resolver problemas de reparto o partición usando un cálculo de división, en los casos de resto 0.</td></tr>
</table>

Estrategias de cálculo

<table>
<tr><th>Nivel I</th><th>Nivel II</th></tr>
<tr><td>Calcula algunos dobles y mitades de números sencillos (dígitos y números redondos).

Por ejemplo:
• el doble de 2, 3, 4, 5, 6, etc.,
• el doble de 10, 20, 30, etc.,
• la mitad de 4, 6, 8, 10, etc.,
• la mitad de 20, 40, etc.</td><td>Explora, en situaciones colectivas, estrategias para determinar dobles y mitades de distintos números.

Por ejemplo:
• el doble de 45 como el doble de 40 más el doble de 5;
• la mitad de 56 como la mitad de 50 más la mitad de 6.</td></tr>
<tr><td></td><td>Completa tablas de series proporcionales, apoyándose en sumas, restas o relaciones entre datos y reutiliza los resultados allí presentes para nuevos problemas en otros contextos. Por ejemplo:
<table>
<tr><th>manos</th><th>dedos</th></tr>
<tr><td>1</td><td>5</td></tr>
<tr><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>5</td><td></td></tr>
<tr><td>6</td><td></td></tr>
<tr><td>7</td><td></td></tr>
<tr><td>8</td><td></td></tr>
<tr><td>9</td><td></td></tr>
<tr><td>10</td><td></td></tr>
</table>
<table>
<tr><th>autos</th><th>ruedas</th></tr>
<tr><td>1</td><td>4</td></tr>
<tr><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>5</td><td></td></tr>
<tr><td>6</td><td></td></tr>
<tr><td>7</td><td></td></tr>
<tr><td>8</td><td></td></tr>
<tr><td>9</td><td></td></tr>
<tr><td>10</td><td></td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>

Nivel III	Nivel IV
Usa la tabla pitagórica para encontrar resultados de multiplicaciones.	Memoriza algunos productos de la tabla pitagórica.
En situación de intercambio grupal, analiza y usa relaciones entre productos de la tabla pitagórica[5]. Por ejemplo: *Se discute la posibilidad de completar la tabla del 8 calculando el doble de la tabla del 4.*	Usa resultados memorizados, o consulta y usa resultados de la tabla pitagórica para resolver divisiones con resto 0 o con resto diferente de 0. Por ejemplo: *Para resolver 72 : 8 un alumno busca el 72 en la tabla del 8 estableciendo que 9 es el resultado. Para 35 : 6 reconoce que debe buscar el número más cercano a 35 en la tabla del 6 pero sin pasarse de 35 (en este caso 30) y establece que 5 es el resultado de la división.*
Memoriza algunos productos de la tabla pitagórica. Por ejemplo: *Memoriza los resultados de algunos dígitos x 2, por x 5 y x 10.*	Multiplica mentalmente números de una cifra por 10, por 100 y por 1.000.
Explora, en forma colectiva, “qué sucede” al multiplicar por 0 y por 1.	Resuelve cálculos mentales de división de números redondos por dígitos. Por ejemplo: *800 : 8; 440 : 4, etc.*
Resuelve cálculos mentales de multiplicación: • usa resultados de una multiplicación disponible para resolver otra muy cercana completando el procedimiento con una suma o una resta. Por ejemplo: *para resolver 7 x 8 un alumno calcula 6 x 8 y le suma 8.* • usa resultados de una multiplicación disponible para resolver multiplicaciones de números redondos. Por ejemplo: *para resolver 50 x 3, un alumno se apoya en 5 x 3.*	Realiza cálculos mentales aproximados de algunas multiplicaciones. Por ejemplo: *Sin hacer la cuenta, un alumno puede decidir si 3 x 543 será mayor o menor que 1.500.*
	En situaciones de intercambio grupal, analiza diferentes cuentas para multiplicar números mayores que no están en la tabla pitagórica por una cifra y usa alguna recurriendo a cálculos y escrituras intermedias. Por ejemplo: *234* *X 4* *800 (de 200 x 4)* *+120 (de 30 x 4)* *16 (de 4 x 4)* *936* *11* *234* *X 4* *936*
	Explora, en forma colectiva, diferentes procedimientos para dividir números mayores (que no estén en la tabla pitagórica) por una cifra. Para hacerlo, se apoya en multiplicaciones por potencias de 10, otros números redondos, restas parciales, multiplicaciones y/o sumas. Por ejemplo: *Para resolver la siguiente situación: Juan tiene 84 figuritas para darles a sus 6 amigos. Si quiere que cada uno reciba la misma cantidad, ¿cuánto le tocará a cada uno? Distintos chicos realizan diversos procedimientos:* *• 6 x 10 = 60; 60 + 6 = 66; 66 + 6 = 72; 72 + 6 = 78; 78 + 6 = 84* *• 6 x 10 = 60, 6 x 11 = 66, 6 x 12 = 72, 6 x 13 = 78, 6 x 14 = 84* *• 15 x 6 = 90, 13 x 6 = 78, 14 x 6 = 84* *• 6 x 10 = 60, 6 x 4 = 24*
	Reconoce la conveniencia de realizar cálculos mentales o cuentas según los números involucrados en una multiplicación. Por ejemplo: *Para resolver 1.500 x 4, un alumno realiza un cálculo mental, y para 1.576 x 4 recurre al cálculo algorítmico.*

[5] La tabla pitagórica es un cuadro con números del 1 al 10 en la primera fila y en la primera columna y en los casilleros correspondientes los productos entre todas las combinaciones de estos números.

Actividades para relevar los aprendizajes de los alumnos

Se incluyen aquí algunos ejemplos de problemas que permiten recabar información sobre el estado de conocimientos de los alumnos en relación con las operaciones de multiplicación y división, tanto para la resolución de diversos tipos de problemas, como respecto de la resolución de cálculos. En el trabajo cotidiano en el aula, observar su desempeño mientras resuelven los problemas que se les plantean, analizar el tipo de intervenciones y preguntas que hacen, los comentarios o explicaciones que pueden dar de su trabajo, dan indicadores para conocer qué saben. Sin embargo se hace necesario también plantear momentos específicos de trabajo individual que permitan mirar más detenidamente la producción de cada uno. Las situaciones propuestas a continuación responden a este propósito.

Como ya se señaló, es importante considerar que las situaciones elegidas para evaluar tienen que tener relación con el tipo de problemas y el campo numérico que se haya trabajado durante la enseñanza. Cabe considerar que hay distintos tipos de problemas que se resuelven con multiplicaciones y divisiones y su complejidad es muy variable. El tipo y el tamaño de los números involucrados son también una variable central que afecta la complejidad de las situaciones elegidas.

Como ya se señaló, es importante pedir a los alumnos que registren de alguna manera el procedimiento que llevaron a cabo para la resolución de cada problema y no solo la respuesta.

Situación 1. Resolución de problemas de proporcionalidad presentados en forma de enunciado

Para la biblioteca del aula se colocaron 6 estantes. Si en cada uno se pusieron 12 libros, ¿cuántos libros hay en la biblioteca en total?

• Se puede observar para cada alumno si:

- comprende que se trata de un problema multiplicativo donde el 6 indica la cantidad de veces que se repite el 12. Esto no implica necesariamente que escriba el cálculo 12 x 6. Si un niño suma 6 veces el 12, está comprendiendo el rol diferente que juegan los números en la relación. Esto no sucede si hace 12 + 6;

- puede reconocer que lo que plantea el problema se representa con una multiplicación, es decir, reconoce la escritura matemática que corresponde: 12 x 6 (aunque lo resuelva sumando);

- resuelve con procedimientos ligados al conteo o con procedimientos de cálculo:

› hace un dibujo para representar la situación y pone 12 marcas seis veces;

› hace un dibujo para representar la situación pero, en lugar de hacer marcas, escribe seis veces el 12 y suma para resolver;

› hace algún tipo de cálculo directamente, sin necesidad de hacer una representación gráfica: suma el 12 seis veces, suma el 6 doce veces, multiplica 12 x 6 con el algoritmo o con algún procedimiento de cálculo mental.

De aparecer un error en el resultado, es importante analizar si es que el alumno no comprendió la situación planteada y, por ejemplo, suma 12 + 6, o se trata un error en el conteo o en el cálculo.

Situación 2. Resolución de problemas de proporcionalidad con datos presentados en tablas

Se presenta una tabla –que relaciona magnitudes directamente proporcionales– para completar. En su armado, es importante considerar si se da o no el valor unitario, dependiendo del tipo de trabajo de enseñanza realizado. Otra cuestión a decidir es el tipo de datos presentes en “el conjunto de partida”: si se dan valores sucesivos o no, y si no es así, qué relación tienen entre ellos.

Es probable que sea necesario requerir a los alumnos que expliquen oralmente la estrategia utilizada.

En el kiosco cada chupetín sale $7. Completá esta tabla con los valores que faltan. Explicá cómo lo pensaste.

Cantidad de chupetines	1	2	4	6	8	10
$	7					

- A partir de la situación se puede observar qué estrategia utiliza el alumno:

  - completa cada valor empezando siempre desde 7, sin considerar los resultados ya encontrados. Por ejemplo, para completar el precio de 6 chupetines, suma seis veces el número 7;

  - completa cada valor tomando en cuenta el anterior, sumando 7 a la cantidad que corresponde. Por ejemplo, para completar el precio de 6, suma al valor de 4 chupetines (28), dos veces el número 7, o directamente 14;

  - completa cada valor tomando en cuenta la relación que hay entre ellos. Por ejemplo, para completar el precio de 8 chupetines, busca el doble del valor de 4. También, podría encontrarlo sumando los valores correspondientes a 6 y 2 chupetines;

  - elige cualquiera de los procedimientos anteriores pero produce errores al calcular o contar;

  - suma siempre 7 a cada valor anterior, sin tener en cuenta la cantidad de chupetines pedidos (que, en este caso, no es sucesiva). En consecuencia, completa erróneamente la tabla.

Situación 3. Relación cálculo - problema

El problema siguiente busca indagar si los alumnos reconocen qué situaciones pueden ser representadas con un cálculo multiplicativo. No se propone evaluar las estrategias de cálculo que se pueden poner en juego.

Marcá en cuáles de estos problemas se puede utilizar el cálculo 8 x 3 para obtener la respuesta.

a. De las 8 cajas de jugos que tenía María, ya vendió 3. ¿Cuántas cajas le quedan para vender?

b. Andrés compró 3 bolsas de caramelos. Cada bolsa tiene 8 caramelos. ¿Cuántos caramelos compró?

c. Sofía tenía 3 botellas de pomelo. Hoy le dejaron 8 botellas más. ¿Cuántas botellas tiene ahora?

d. En el balcón de la casa de Pedro, hay 3 filas de 8 baldosas cada una. ¿Cuántas baldosas hay en todo el balcón?

- A partir de la actividad, se puede observar si el alumno selecciona los problemas *b* y *d* o solo reconoce alguno de ellos como un problema multiplicativo.

Un aspecto importante del trabajo con la multiplicación es poder reconocer qué situaciones pueden ser resueltas con una multiplicación y cuáles no. Si bien la multiplicación puede resolverse con una suma, no es la suma de los dos números del enunciado. Los problemas planteados ponen en juego los mismos números, y es necesario considerar la relación entre ellos para decidir cuáles de estas situaciones pueden ser resueltas con una multiplicación.

Situación 4. Resolución de problemas de reparto

Nicolás tiene 54 caramelos y quiere repartirlos entre sus 6 amigos, de modo que todos reciban la misma cantidad. ¿Cuántos caramelos le dará a cada amigo?

- A partir de la situación se puede observar si el alumno:

  - comprende que se trata de un problema que exige distribuir 54 entre 6. Esto no implica necesariamente que escriba el cálculo 54 : 6. Si dibuja o resta al 54 sucesivos 6, o suma el 6 hasta llegar a 54, está comprendiendo el rol diferente que juegan los números en la relación;

  - puede reconocer que lo que plantea el problema se representa con una división, es decir, reconoce la escritura matemática que corresponde: 54 : 6 o $54 \,\underline{|6\ \ }$ (aunque lo resuelva sumando o restando);

  - resuelve con procedimientos ligados al conteo o con procedimientos de cálculo:

    › hace un dibujo para representar la situación (por ejemplo, dibuja los caramelos y los seis amigos unidos con flechas; dibuja seis amigos y distribuye los caramelos en partes iguales, etc.);

    › hace algún tipo de cálculo de suma o resta, sin necesidad de hacer una representación gráfica: suma el 6 hasta llegar a 54, resta a 54 nueve veces el 6;

    › hace un cálculo multiplicativo: busca qué número multiplicado por 6 da 54 y escribe 6 x 9 = 54.

De aparecer un error en el resultado, es importante analizar si el alumno no comprendió la situación planteada y, por ejemplo, suma o multiplica el 54 y el 6, o se trata de un error en el conteo o en el cálculo.

Situación 5. Resolución de problemas de partición donde se indaga también por el resto

En una juguetería, se quiere acomodar 48 muñecos en 5 estantes de modo que en todos haya la misma cantidad de muñecos.

¿Cuántos deben colocar en cada estante? ¿Sobran muñecos? ¿Cuántos?

- A partir de la situación se puede observar si el alumno:

  - comprende que se trata de un problema que exige partir el 48 en 5 partes. Esto no implica necesariamente que escriba el cálculo 48 : 5. Si un alumno dibuja, resta al 48 sucesivos 5, o suma el 5 hasta acercarse al 48, está comprendiendo el rol diferente que juegan los números en la relación;

  - puede reconocer que lo que plantea el problema se representa con una división, es decir, reconoce la escritura matemática que corresponde: 48 : 5 o $48 \underline{|5\ \ }$, aunque lo resuelva sumando o restando;

  - puede reconocer, además, el resto, y responder a la pregunta sobre cuántos sobran;

  - resuelve con procedimientos ligados al conteo o con procedimientos de cálculo:

    › hace un dibujo para representar la situación, y pone 48 marcas a las que agrupa de a 5;

    › hace algún tipo de cálculo de suma o resta, sin necesidad de hacer una representación gráfica: suma el 5 hasta llegar a 45, resta sucesivamente 5 a 48;

    › hace un cálculo multiplicativo: busca qué número multiplicado por 5 se acerca a 48 sin pasarse, y escribe “5 x 9 = 45 y sobran 3”;

Si aparece un error en el resultado, es importante analizar si es que el alumno no comprendió la situación planteada y, por ejemplo: suma o multiplica el 48 y el 5, o se trata de un error en el conteo o en el cálculo.

Situación 6. Usar la multiplicación para resolver una división

La situación siguiente tiene la intención de evaluar si los alumnos reconocen que para resolver divisiones pueden apoyarse en el resultado de las multiplicaciones. No se evalúa, en este caso, si ya han memorizados resultados de cálculos multiplicativos. Por eso, puede resolverse con la tabla pitagórica a la vista. Saber usar la esta tabla para resolver divisiones es un avance importante en la construcción de estrategias de cálculo de división.

Resolvé los siguientes cálculos usando la tabla pitagórica, y anotá el resto en cada caso:

25 : 4 = ... **y sobra** ....
30 : 6 = ... **y sobra** ....
44 : 5 = ... **y sobra** ....
32 : 3 = ... **y sobra** ....
48 : 8 = ... **y sobra** ....

• Se puede observar si cada alumno:

- logra hallar en la tabla pitagórica las respuestas: encuentra el número que se acerca más al dividendo dado, y a partir de él, identifica el cociente y calcula el resto;

- encuentra qué multiplicación corresponde para cada división, pero no identifica cuál de los números involucrados es el cociente (por ejemplo, para 25 : 4 pone 24 como cociente, porque es el número que encuentra en la tabla del 4);

- logra resolver las divisiones que tienen resto 0 pero no las que tienen otro resto;

- elige la tabla pertinente (por ejemplo, la del 5 para 44 : 5) pero toma el número más cercano sin considerar que debe elegir el más cercano pero inferior. Por ejemplo, para 44 : 5 elige 9 porque 9 x 5 = 45.

Espacio, formas y medida

1. Espacio

La progresión en relación con este contenido involucra diferentes tipos de problemas. Por un lado, aquellos que implican comunicar o interpretar, a partir de ciertas referencias, la posición de ciertos objetos en un espacio real reducido. Para ello, los alumnos deben utilizar referencias sobre el propio cuerpo (derecha, izquierda, arriba, abajo, etc.), sobre el entorno (cerca de la ventana, al lado del escritorio, etc.) o relaciones entre objetos en una superficie plana (arriba de la lapicera, al costado del perrito, etc.). Otra clase de problemas implica producir o interpretar dibujos, esquemas, croquis, planos sencillos que representen espacios físicos. En ambos tipos de situaciones no se busca enfrentar a los niños a problemas que involucran un desplazamiento físico real, sino producir avances en las posibilidades de representar y comunicar relaciones espaciales en forma oral y en forma gráfica.

Es muy importante recordar que la evolución en los niveles de progresión que a continuación se desarrollan podrá aparecer bajo la condición de que los alumnos hayan participado en situaciones sostenidas y sistemáticas de enseñanza para cada clase de problemas.

Nivel I	Nivel II
En juegos o problemas grupales, comunica e interpreta por medio de referencias orales la ubicación de un objeto del aula o de un objeto dispuesto entre otros sobre una hoja (usando en forma conjunta relaciones tales como “está entre…”, “arriba de”, “debajo de”, “cerca de”, “mirando hacia”, etc.).	Comunica e interpreta la ubicación de objetos por medio de dibujos, gráficos, instrucciones orales y escritas considerando como referencia los diferentes objetos del entorno y el propio cuerpo.
En situaciones colectivas, interpreta recorridos por medio de instrucciones orales a partir de referenciar diferentes objetos del entorno. Por ejemplo: *En un juego de búsqueda del tesoro, sigue instrucciones leídas en voz alta por un docente que indican por dónde ir para encontrar la siguiente pista.*	En situaciones colectivas comunica e interpreta desplazamientos y trayectorias en dibujos de espacios físicos reconociendo algunos símbolos convencionales o indicados como referencia en la representación. Por ejemplo: *• Dibuja un camino en el croquis de un parque recreativo.* *• Interpreta un recorrido en el plano de una zona muy cercana a la escuela.* *• Reconoce en un plano los símbolos usados para representar las vías del tren o un hospital.*
Interpreta dibujos que representan espacios físicos conocidos y localiza y dibuja en esos espacios algún objeto. Por ejemplo: *Reconoce la puerta en un plano del aula y agrega un dibujo del escritorio del maestro “visto desde arriba”.*	Interpreta, completa y produce planos de espacios físicos conocidos y que tienen a la vista. Por ejemplo: *Dibuja el plano del aula, del patio de la escuela o de una plaza pequeña que se está visitando.*
	En instancias de intercambio grupal, compara y analiza diferentes producciones propias y ajenas.

2. Formas geométricas

El tratamiento de las formas geométricas en el primer ciclo de la Escuela Primaria abarca el estudio de las figuras y los cuerpos geométricos. Se espera que los alumnos progresen gradualmente desde un reconocimiento perceptivo de figuras y cuerpos geométricos hacia la resolución de diferentes clases de problemas que exijan la identificación de algunas de sus características y elementos. En un segundo momento, se espera también el manejo creciente de un cierto vocabulario específico que permita a los alumnos identificar o describir figuras y cuerpos.

Es muy importante, nuevamente, recordar que la evolución en los niveles de progresión que a continuación se desarrollan podrá aparecer bajo la condición de que los alumnos hayan participado en situaciones sostenidas y sistemáticas de enseñanza para cada clase de problemas

Nivel I	Nivel II
Resuelve, en juegos o actividades grupales, problemas que implican la identificación y formulación de algunas características y elementos de las figuras geométricas. Por ejemplo: *Dada una colección de figuras que incluye formas no identificadas convencionalmente, da pistas para reconocer una figura elegida sin mostrarla, o hace preguntas para hallar la figura elegida por el docente.*	Resuelve problemas que impliquen la identificación y formulación de algunas características y elementos de las figuras geométricas (cantidad de lados, lados iguales, diagonales, etc.).
Establece relaciones entre cuadrados, triángulos y rectángulos. Por ejemplo: *Puede armar un rectángulo a partir de ciertos triángulos o plegar un cuadrado para obtener cuatro triángulos.*	Formula e interpreta breves textos que describen una forma geométrica usando vocabulario específico. Por ejemplo: *• En una actividad en pequeños grupos, envía un mensaje a otro grupo para que pueda reproducir un rectángulo con una diagonal trazada.* *• Determina, entre dos formas geométricas dadas, cuál es la que corresponde a una descripción.*
Reproduce cuadrados y rectángulos en hojas cuadriculadas.	Reproduce formas geométricas compuestas por cuadrados y rectángulos con alguna diagonal trazada usando hojas cuadriculadas y lisas, regla y escuadra.
En juegos o problemas grupales, resuelve problemas que implican la identificación y formulación de algunas características y elementos de los cuerpos geométricos más convencionales. Por ejemplo: *Dada una colección de cuerpos, da pistas para que un compañero identifique el cuerpo elegido o formula preguntas para encontrar el cuerpo seleccionado por otra persona.*	En juegos o problemas grupales utiliza cierto vocabulario específico para describir un cuerpo geométrico (cantidad de caras, forma de las caras, cantidad de aristas, cantidad de vértices).
Establece relaciones entre algunas figuras y las caras de algunos cuerpos geométricos. Por ejemplo: *Elige cuáles cuerpos pueden dejar un cuadrado de "huella" o con qué figuras se puede cubrir un prisma dado.*	Reproduce cubos, pirámides y prismas –con el modelo presente– usando elementos que representen aristas y vértices (como varillas y bolitas de plastilina).

3. Medida

En primer ciclo, la medida implica el abordaje de problemas de diversa índole. Por un lado, se espera que, con respecto a longitudes, los alumnos usen diferentes unidades de medida convencionales o no convencionales, conozcan diferentes instrumentos de medición y reconozcan que las mediciones siempre son aproximadas y tienen un margen de error. Con respecto a medidas de tiempo, de longitud, de capacidad y de peso, se espera que puedan identificar situaciones cotidianas en las que es necesario usar estas magnitudes, que tengan oportunidad de realizar experiencias efectivas, que apelen a algunas equivalencias entre unidades de medida de uso social, como cuartos y medios (para horas, kilos y litros) y que puedan realizar algunas estimaciones de medidas.

Como ya se señaló, es muy importante recordar que la evolución en los niveles de progresión que a continuación se desarrollan podrá aparecer bajo la condición de que los alumnos hayan participado en situaciones sostenidas y sistemáticas de enseñanza para cada clase de problemas.

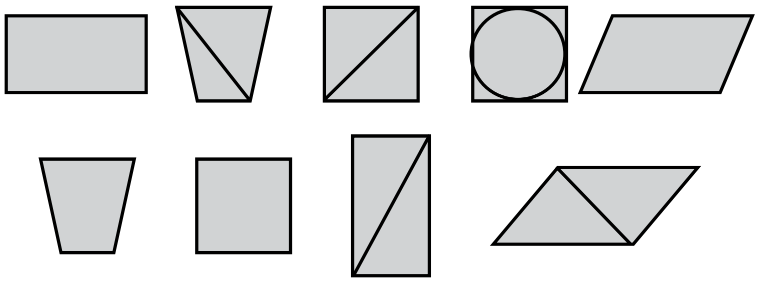
Nivel I	Nivel II
Resuelve problemas que implican comparar longitudes en forma directa (sin usar instrumentos).	Mide y compara longitudes, capacidades y pesos usando unidades de medida convencionales y no convencionales. En situaciones de intercambio grupal, reconoce que siempre hay errores en las mediciones efectivas y que, por lo tanto, las medidas son aproximadas.
Explora, en instancias colectivas, el uso de instrumentos para medir el tiempo, longitudes, capacidades y pesos.	Identifica la pertinencia de estimaciones de medidas de tiempo, longitud, peso y capacidad. Por ejemplo: *Frente a tres medidas de peso posibles de un elefante, un alumno rechaza las que indican 25 g y 25 kg y selecciona la expresada en toneladas.*
	Resuelve problemas que implican componer pesos y capacidades con cuartos y medios kilos y litros sin exigencia de usar cálculos. Por ejemplo: *Determinar cómo comprar 2 kilos de yerba llevando paquetes de cuartos y medios kilos.*
	Apela a algunas equivalencias de uso cotidiano para resolver problemas con medidas de tiempo, longitud y peso (1 hora = 60 minutos; 1 metro = 100 centímetros; 1 kilogramo = 1.000 gramos).
Reconoce, en instancias de trabajo grupal, la distribución y organización de días, semanas y meses en el calendario.	En situaciones de intercambio grupal, explora la lectura de la hora en relojes digitales y analógicos.

Actividades para relevar los aprendizajes de los alumnos

Como ya se señaló, en primer ciclo se espera que los alumnos progresen gradualmente desde un reconocimiento perceptivo de figuras y cuerpos geométricos hacia la resolución de diferentes clases de problemas que exijan la identificación de algunas de sus características y elementos. El tipo de problemas planteados con ese objetivo puede ser muy variado: adivinación de figuras a partir de preguntas o a partir de pistas dadas, copiado a partir de un modelo, construcción a partir de mensajes, etc. A la hora de observar el desempeño de los alumnos, es necesario presentar aquellos tipos de actividades sobre las que se ha trabajado centralmente durante la enseñanza. Dado que las figuras elegidas para las propuestas también pueden ser variables, vale la misma orientación para su selección. Se proponen a continuación solo algunos ejemplos de situaciones posibles.

Situación 1. Adivinación de figuras a partir de pistas sobre sus características y propiedades

Estas fueron algunas de las preguntas y las respuestas que aparecieron en una vuelta del juego de las pistas. Marcá cuál es la figura elegida.

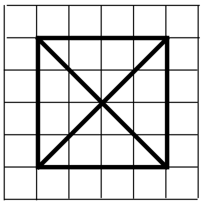


¿Tiene cuatro vértices?	sí
¿Tiene cuatro lados?	sí
¿Tiene círculos?	NO
¿Tiene trazada una diagonal?	sí
¿Tiene lados inclinados?	sí

En la propuesta presentada, se puede observar si los alumnos identifican características de algunas formas geométricas, comprendiendo cierto vocabulario específico para describirlas.

Situación 2. Descripción de características de figuras

En el grado de Joaquín, jugaron a escribir mensajes para que otros compañeros dibujen la figura correctamente. A Joaquín le tocó esta figura:



Escribí el mensaje de Joaquín:

____

____

____

____

• A partir de la propuesta presentada, se puede observar si cada alumno:

- considera todas las características necesarias para poder reproducir la figura, dando solo la información pertinente (es un cuadrado y el lado mide 4 cuadraditos y tiene trazada las dos diagonales) o dando información que es correcta pero es redundante (por ejemplo, "es cuadrado y tiene cuatro lados iguales");

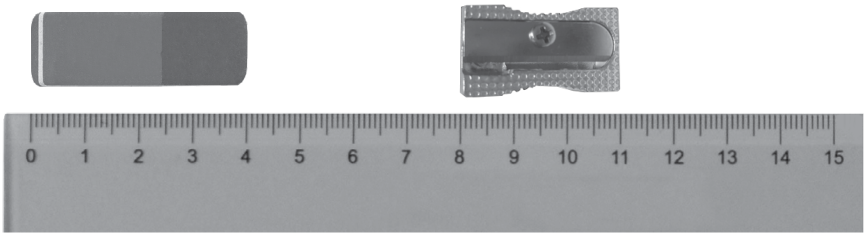
- da información correcta pero insuficiente. Por ejemplo, escribe: "es cuadrado" sin aclarar la medida de los lados; "tiene una línea adentro", sin aclarar qué tipo de línea, etc.;

- usa o no vocabulario específico. Por ejemplo, escribe: "líneas o bordes" en lugar de "lados"; "puntas" en lugar de "vértices"; "línea adentro" en lugar de "diagonal", etc.

Situación 3. Medir longitudes

La longitud es una de las magnitudes más presentes en la vida de los alumnos y sobre ella, en general, poseen numerosos conocimientos adquiridos en su contacto cotidiano. Sin embargo, hay aspectos que requieren una enseñanza sistemática. Entre ellos, por ejemplo, el uso de instrumentos de medición convencionales, la estimación de medidas, las relaciones entre algunas unidades de medida, etc. Se presenta aquí una situación, entre otras posibles, que permite relevar información sobre el uso de la regla.

¿Cuánto mide la goma? ¿Y el sacapuntas? Escribilo abajo.



• Con esta propuesta, puede observarse si los alumnos logran medir correctamente uno o ambos objetos.

En el caso de la goma, el 0 de la regla queda ubicado de manera de facilitar la medición. En el caso del sacapuntas, al no iniciar en el 0, deben considerar la distancia entre el 8 y el 11. Es posible que algunos pongan 11 como respuesta.

Situaciones didácticas e intervenciones docentes

Introducción

En este apartado se retoman algunos de los contenidos trabajados en el material y se proponen posibles intervenciones de enseñanza que podrían facilitar el avance en los aprendizajes de los niños. De esta forma, se busca acompañar la enseñanza teniendo en cuenta la diversidad de niveles de conocimiento que recorren los alumnos frente a cada contenido matemático y asumiendo el largo plazo de ese proceso de construcción.

Se ha subrayado reiteradas veces que el avance en el aprendizaje de la Matemática no es natural y que depende de la enseñanza sistemática, intencional, prolongada y explícita recibida por los niños. Identificar sus conocimientos, poder detectar en qué momento de su proceso están, es central para organizar la tarea de enseñanza. El deseo de intervenir adecuadamente y la duda sobre cómo hacerlo se presentan continuamente en muchos maestros. En ese sentido, el objetivo de este apartado es poner a disposición de los docentes estrategias que podrían resultar fértiles para lograr esos avances dependiendo del momento en que se encuentran los niños en su proceso de aprendizaje. Se ofrecen ejemplos de actividades, preguntas y situaciones. No pretende ser una guía exhaustiva ni tiene ninguna intención prescriptiva; no es una propuesta cerrada sino una presentación de alternativas que sirven de apoyo para ayudar en la tarea del aula. Sin duda, es necesario incluir en la enseñanza otras propuestas que la enriquezcan, completen y diversifiquen. Cada situación, grupo de alumnos e institución es particular, por lo tanto no es posible pensar en intervenciones únicas ni estandarizadas.

En toda intervención de enseñanza se busca que el niño pueda resolver la situación planteada y para ello se interactúa con él; al mismo tiempo, el propósito final es que pueda resolverla por sí mismo. Entonces, ¿cómo regular la intervención para permitir que el niño se sostenga en la tarea, tratando de evitar sustituirlo en el trabajo intelectual que le va a permitir aprender? Parte del trabajo docente consiste en soportar esta tensión y buscar resolverla poniendo siempre en el centro el aprendizaje de cada uno de los chicos.

Es importante determinar qué sabe un niño para planear intervenciones de enseñanza. Conocer qué es capaz de realizar solo y qué puede realizar con ayuda resulta más valioso para decidir intervenciones que la descripción de lo que aún no sabe. Lo que sabe será el apoyo sobre el que se actuará para provocar avances. Reconocerlo supone una interpretación de sus producciones y de sus respuestas a nuestras preguntas. Interpretar la producción del niño implica preguntarse: ¿qué sabe para poder producir esta estrategia?, ¿qué conocimientos está poniendo en juego? Así se generan hipótesis, interpretaciones sobre lo que se supone que sabe, lo que nunca es accesible directamente.

Por otro lado, reconocer y hacer que el niño reconozca lo que sí sabe, le permite sentirse seguro para avanzar sobre lo que no sabe. El primer paso es buscar aquellas situaciones en las que es exitoso en la resolución para que construya una imagen positiva de sí mismo. Ese será el escalón sobre el que se podrá actuar para avanzar hacia aquellos aprendizajes que faltan.

Se presentan a continuación una serie de sugerencias, acompañadas de enlaces que permiten acceder a documentos curriculares de diversas jurisdicciones. Esos documentos incluyen propuestas de actividades y de secuencias de enseñanza para algunos de los contenidos.

Contenidos y aspectos de la enseñanza trabajados en este apartado

1. Número y sistema de numeración
a) Recitar los números y contar una cantidad de objetos
b) Leer, escribir y ordenar números
- Leer números de diversa cantidad de cifras
- Escribir números de diversa cantidad de cifras

c) Resolver problemas que ponen en juego la relación entre el valor de la cifra y la posición que ocupa en el número (análisis del valor posicional)

2. Análisis y resolución de problemas
a) Comprender problemas
b) Avanzar en las estrategias de cálculo para resolver problemas de suma y resta
- El avance del conteo a estrategias de cálculo
- Avance de las estrategias de cálculo
- El caso particular del cálculo de resta
- El trabajo con los algoritmos

c) Avanzar en las estrategias de cálculo para resolver problemas de multiplicación y división
- Avance de las estrategias de cálculo
- El caso particular del cálculo de división

3. Formas geométricas

1. Número y sistema de numeración

a) Recitar los números y contar una cantidad de objetos

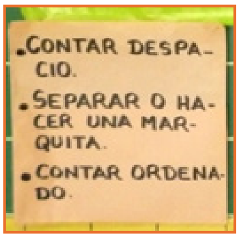
Intervenciones de enseñanza

Como propuesta de enseñanza sobre este contenido se pueden presentar situaciones que exijan el conteo de objetos, tanto de aquellos que se pueden desplazar, como los que no (o dibujos), ya sea ordenados o no, para que los niños tengan que:

- determinar cuántos objetos hay;
- comparar colecciones, tanto en situaciones de igualdad ("tantos como"), como de desigualdad ("más qué o menos que").

Para que el niño avance en su dominio del conteo, es importante –entre otras cuestiones– que conozca el recitado de la serie numérica y logre la correspondencia entre cada objeto y una palabra-número en el momento del conteo. Se puede entonces:

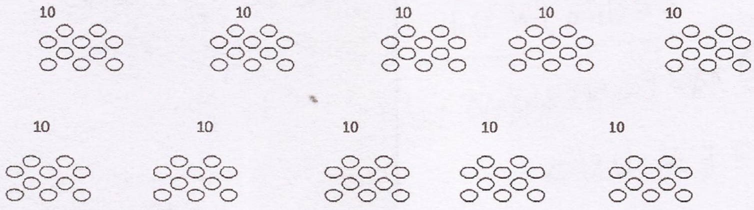
- Proponer juegos o canciones que involucren el recitado de la serie numérica oral.
- Proponer que mueva (o tache los ya contados si son fijos) los objetos mientras recita la serie numérica.
- Mostrarle cómo contar con los primeros objetos, para que él continúe: *Yo empiezo y vos seguís…*
- Sostener el recitado informando en particular el nombre de los números redondos, ya que muchos niños al llegar al 19/29/39 no conocen la palabra-número que corresponde para seguir.
- Con cantidades mayores, proponer la organización en subcolecciones para facilitar el conteo (contar de 2, 5 o de a 10).
- Filmar a los niños durante la tarea de conteo para que luego se observen y conversar con ellos sobre formas de mejorarlo: no olvidarse de ninguno, separar lo ya contados, tener cuidado de no contar dos veces ningún objeto, poder agrupar para contar más fácil, etc.
- Armar con los niños conclusiones sobre ese trabajo y dejarlas escritas es una forma de permitir que se puedan retomar cuando sea necesario y dejar además un registro de lo que se espera que se pueda volver a hacer en situaciones similares a esa. Las siguientes imágenes son ejemplos de registros hechos en el aula con alumnos.



Para contar los fósforos cada grupo utilizó diferentes estrategias:

- Contando de a uno.
- Dividirse entre los integrantes del grupo, contar de a 1 y después sumar las cantidades que cada uno contó.
- Sumar de 5 en 5.
- Dividirse entre los integrantes del grupo, contar de a 2 y después sumar las cantidades que cada uno contó.
- Contar de 10 en 10.

Entre todos pensamos que para no confundirnos la manera más rápida y fácil de contar es de 10 en 10:



10+10+10+10+10+10+10+10+10+10=100

Documentos curriculares para consultar

Quaranta, M. E. (2003) “La serie numérica oral”, en *Orientaciones didácticas para el Nivel Inicial, 2ª parte*. La Plata, Dirección General de Cultura y Educación, Subsecretaría de Educación, Provincia de Buenos Aires. Disponible en: servicios2.abc.gov.ar/lainstitucion/sistemaeducativo/educacioninicial/capacitacion/documentoscirculares/2002/orientaciones_did_parte2.pdf [consultado el 5/2/2018].

Quaranta, M. E. y Ressia de Moreno, B. (2003) “Los procedimientos de conteo: algunas propuestas para su enseñanza”, en *Orientaciones didácticas para el Nivel Inicial, 3ª parte*. La Plata, Dirección General de Cultura y Educación, Subsecretaría de Educación, Provincia de Buenos Aires. Disponible en: servicios2.abc.gov.ar/lainstitucion/sistemaeducativo/educacioninicial/capacitacion/documentoscirculares/2003/orientaciones_did_parte3.pdf [consultado el 5/2/2018].

GCABA, Ministerio de Educación (2009) *Matemática. Las situaciones numéricas. Aportes para la enseñanza. Nivel Inicial*. Buenos Aires.

Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación y Consejo Federal de Cultura y Educación (2007), *Números en Juego. Zona Fantástica*. Nivel Inicial, vol. 2, NAP, Núcleos de Aprendizajes Prioritarios. Serie Cuadernos para el Aula. Buenos Aires. Disponible en: www.me.gov.ar/curriform/nap/inicial_v2.pdf [consultado el 5/2/2018].

GCABA, Ministerio de Educación, Escuela de Maestros (2017) "Secuencia 1: Juego con los dados", en *Pensar la enseñanza, anticipar las prácticas 1. Material de trabajo entre maestros*, pp. 33-35. Buenos Aires. Disponible en: https://media.wix.com/ugd/9a7535_a533880b99624ecdbc27829c66019b7f.pdf [consultado el 5/2/2018].

Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación y Consejo Federal de Cultura y Educación (2007) "Secuencia para contar y anotar cuántos hay: Los coleccionistas", en *Matemática 1. Primer ciclo EGB, Nivel Primario*. NAP, Núcleos de Aprendizajes Prioritarios. Serie Cuadernos para el Aula, pp. 51-55. Buenos Aires. Disponible en: www.ses.me.gov.ar/curriform/cuadernos.html [consultado el 5/2/2018].

b) Leer, escribir y ordenar números

Intervenciones de enseñanza

Leer números de diversa cantidad de cifras

Como trabajo de enseñanza sobre este contenido se pueden proponer situaciones en las que sea necesario leer los números escritos. El tipo de números propuestos dependerá del rango numérico que se esté trabajando en particular. También es posible presentar, en situaciones grupales, la opción de leer números de mayor cantidad de cifras de las que se plantea habitualmente para ayudar a sistematizar algunas regularidades.

Al leer un número, es posible que el niño:

· Cambie el nombre de la decena correspondiente por el nombre de otra aunque nombre correctamente las unidades. Por ejemplo: a 28 lo nombra como *treinta y ocho*.

· Invierta el orden en que lee. Por ejemplo: a 71 lo lee como *diecisiete*.

· En los números mayores, cambie el rango al que pertenecen. Por ejemplo: a 1.437 lo lee como *ciento cuarenta y siete* o como *ciento cuatrocientos siete*.

Puede resultar fértil como intervención general proponer la reflexión en torno a las relaciones entre la numeración oral y la numeración escrita[6]. Esas conclusiones pueden sistematizarse en carteles para el aula y para los cuadernos. La reflexión podría partir de:

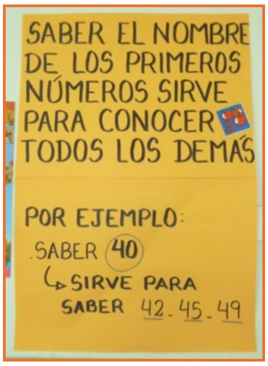
• Apelar a la escritura y al nombre de los números redondos que corresponden al rango numérico que se está trabajando. Por ejemplo remitir a carteles informativos como los siguientes:

10 Diez
100 Cien
1.000 Mil

10 Diez
20 Veinte
30 Treinta
40 Cuarenta

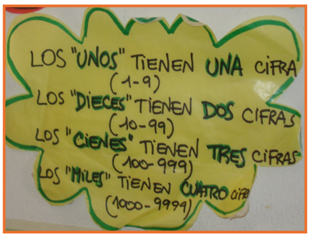
100 Cien
200 Doscientos
300 Trescientos, etc.

• Reconocer y explicitar que los números redondos sirven de apoyo para escribir otros. Por ejemplo:



[6] La correspondencia entre el nombre de los números y su escritura no es directa: a partir del nombre no se puede deducir directamente la escritura ni viceversa. Esta falta de correspondencia entre ambos tipos de representación da lugar a ciertos errores que los niños producen cuando están aprendiendo ambas representaciones.

• Discutir grupalmente y establecer regularidades referidas a la cantidad de cifras de cada orden. Por ejemplo: *si tiene tres cifras es de los cienes…* Otro ejemplo puede observarse en el cartel siguiente:



• Discutir grupalmente y establecer regularidades referidas a la relación entre el nombre de la decena y el dígito que corresponde. Por ejemplo: *Si empieza con 2 es de los veinte, si empieza con 3 es de los treinta, etc.*

• Proveer el nombre correcto de un número y su escritura, y proponer que se lean otros números escritos a partir de esa información. Por ejemplo: *Este número (803) es el ochocientos tres, ¿cómo se llamará este número (805)?*

Escribir números de diversa cantidad de cifras

Como trabajo de enseñanza sobre este contenido se pueden proponer situaciones en las que sea necesario producir escrituras de números. El tipo de número propuesto dependerá del rango numérico que se esté trabajando en particular. También es posible presentar, en situaciones grupales, la opción de escribir números de mayor cantidad de cifras de las que se plantea habitualmente para ayudar a sistematizar algunas regularidades.

Cuando se le solicita a un niño que produzca la escritura de un número, puede ocurrir que diga que no lo sabe o lo escriba erróneamente. Algunos errores que en general pueden aparecer son:

· Pone otro dígito en el lugar de las decenas, aunque escribe correctamente las unidades. Por ejempo: escribe *56* por *36*.

· Invierte el orden en que escribe los dígitos. Por ejemplo: escribe *31* por *13*.

· Produce escrituras que reflejan todo lo que se enuncia en la emisión oral. Por ejemplo: escribe *108* para *dieciocho*, *81000342* para *ocho mil trescientos cuarenta y dos*.

· Produce escrituras en el rango de los "miles" omitiendo los ceros intermedios. Por ejemplo: escribe *8.14* para *ocho mil catorce*.

Muchas de las intervenciones que un maestro puede realizar para ayudar a un niño a escribir números proponen la reflexión en torno a las relaciones entre la numeración oral y la numeración escrita. En este sentido es importante ayudar a que el niño detecte cuáles son las informaciones provistas por la numeración hablada que resulta pertinente aplicar a la numeración escrita y cuáles no. Por ejemplo, para escribir 48 sirve pensar en el orden de la emisión oral y en la relación entre *cuarenta* y el *cuatro*. Sin embargo, para el 12 esa relación no sirve. En este sentido, una mención especial merece la dificultad que conlleva la relación entre el nombre y la escritura en la porción de la serie que va desde el *once* al *quince*. Allí la relación entre el nombre y la escritura es menos transparente. Errores particulares habituales en ese sentido son, por ejemplo, escribir el *12* como *20, 22* o *21*.

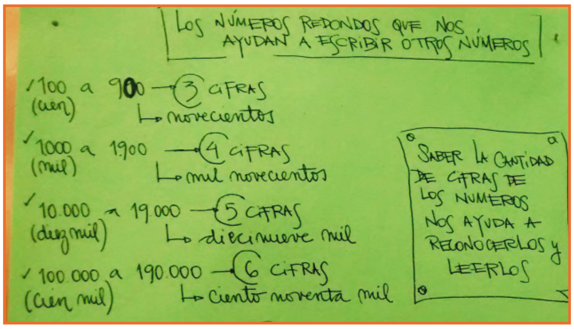
• Sistematizar las conclusiones que se deriven de estas reflexiones en carteles para el aula y para los cuadernos.

• Apelar a la escritura y al nombre de los números redondos que corresponden al rango de los que se está trabajando. Por ejemplo, remitir a carteles informativos como los siguientes:

10	**Diez**
100	**Cien**
1.000	**Mil**

10	**Diez**
20	**Veinte**
30	**Treinta**
40	**Cuarenta**

• Discutir grupalmente cómo es el nombre de los números según la cantidad de cifras. Establecer regularidades y sistematizarlas por escrito. Por ejemplo, *Los miles se escriben con cuatro cifras; los cienes con tres cifras.* Otro ejemplo se observa en el cartel siguiente:



• Proponer la anticipación de la cantidad de cifras con las que se deberá escribir algún número determinado. Por ejemplo: *antes de escribir mil trescientos cuarenta y tres, determinar que se escribirá con cuatro cifra*s.

• Proveer la escritura correcta de un número y proponer que se escriban otros a partir de esa información. Por ejemplo: *Este número (2.017) es el dos mil diecisiete, ¿cómo se escribirá dos mil dieciocho?*

• Discutir grupalmente y establecer regularidades referidas a la relación entre el nombre de la decena y el dígito que corresponde. Por ejemplo: *todos los cuarenta empiezan con cuatro; los noventa con nueve, etc*.

• Discutir la función del punto en la escritura de números, ya que muchos alumnos consideran que con la presencia del punto alcanza para que sea *de los miles*.

Documentos curriculares para consultar

Broitman, C. y Kuperman, C. (2004) *Interpretación de números y exploración de regularidades en la serie numérica. Propuesta didáctica para primer grado: "La lotería"*. Buenos Aires, OPFyL (Oficina de Publicaciones de la Facultad de Filosofía y Letras), UBA. Disponible en: http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:5kf4qOWe9foJ:abc.gov.ar/lainstitucion/sistemaeducativo/educprimaria/areascurriculares/matematica/propuestadidacticaprimergradolaloteria.pdf+&cd=1&hl=es&ct=clnk&gl=ar [consultado el 5/2/2018].

Ministerio de Educación de la Nación (2010) Fascículos *Y los números… ¿dónde están?, ¿Hay un lugar para los números? y Cifras a medida*. Serie Piedra Libre para Todos. Buenos Aires. Disponible en: educ.ar/sitios/educar/recursos/ver?id=118471&coleccion_id=118471&categoria_id=16537 [consultado el 5/2/2018].

Parra, C. y Saiz, I. (1992) "La banda numérica en primer grado" y "El castillo", en *Los niños, los maestros y los números. Desarrollo Curricular. Matemática 1º y 2º grado*. 1ª ed. Buenos Aires, MCBA, Secretaría de Educación, Dirección General de Planeamiento, Dirección de Currículum, pp. 112-122. Disponible en: buenosaires.gob.ar/areas/educacion/curricula/docum/areas/matemat/lnlmyln.pdf [consultado el 5/2/2018].

Dirección General de Cultura y Educación, Subsecretaría de Educación, Dirección Provincial de Educación Primaria, Dirección de Gestión Curricular (2007) *Matemática Nº 2 A. Numeración. Propuestas para alumnos de 3° y 4° año. Material para el docente*. Serie Curricular. La Plata. Disponible en: http://abc.gob.ar/primaria/sites/default/files/documentos/matematica_ndeg_2_a._numeracion._propuestas_para_alumnos_de_3deg_y_4deg_ano._material_para_el_docente_0.pdf [consultado el 5/2/2018].

GCABA, Ministerio de Educación, Programa de Aceleración (2017) *Matemática. Segundo ciclo. Primera parte*. Serie Trayectorias Escolares. Material para el alumno. Aceleración y Nivelación. Disponible en: http://programaaceleracion.blogspot.com.ar/p/materiales-para-el-docente-y-el-alumno.html [consultado el 5/2/2018].

Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación (2007) *Matemática. Primer ciclo EGB, Nivel Primario*. NAP, Núcleos de Aprendizajes Prioritarios. Serie Cuadernos para el Aula. Buenos Aires. Disponible en: www.ses.me.gov.ar/curriform/cuadernos.html [consultado el 5/2/2018].

c) Resolver problemas que ponen en juego la relación entre el valor de la cifra y la posición que ocupa en el número (análisis del valor posicional)

Intervenciones de enseñanza

Se proponen a continuación algunos ejemplos de intervenciones posibles.

• Discutir con los alumnos la forma de componer y descomponer cantidades en el trabajo en el contexto del dinero, usando billetes y monedas de $1 y $10, de $1, $10 y $100 o de $1, $10, $100 y $1.000 (según el campo numérico que se esté trabajando). Por ejemplo, se puede preguntar: *¿Alcanza con solo mirar el número* *para saber qué cantidad de billetes de $10 o $100 o monedas de $1 hay que utilizar para pagar $325?*

• Generar conclusiones a partir de ese intercambio. Por ejemplo: *Si el número tiene tres cifras, la primera te dice cuántos billetes de $100, la segunda cuántos billetes de $10 y la tercera cuántas monedas de $1.*

• Proponer el mismo tipo de trabajo –componer y descomponer números apoyándose en las potencias de 10– en otros contextos. Por ejemplo: *juegos de puntería, calculadora, etc.*

• Promover el vínculo entre los distintos contextos en los que se ha trabajado. Por ejemplo: *¿Podemos usar lo que aprendimos con los billetes, para averiguar los puntos que se obtienen en los juegos de emboque? Si un número que indica el puntaje de un juego de emboque (en latas cuyos puntajes son 1, 10 y 100) tiene 3 cifras, ¿podemos saber cuántas fichas embocó en la lata que vale 100 puntos con solo mirar ese número?*

• Promover una profundización en el análisis del valor posicional en cuanto a las relaciones entre las distintas posiciones de las cifras en un número, 10 de 10 forman uno de 100; luego también 10 de 100 uno de 1.000. Por ejemplo, si frente a la situación de tener que determinar cuántos billetes de $10 y de $1 se necesitan para pagar $125, el niño no encuentra una estrategia para resolverla, es posible:

· proponerle el conteo de 10 en 10 hasta llegar a 120;

· preguntarle si se puede armar $100 con billetes de $10 (en el caso de que haya en el aula conclusiones escritas sobre esa relación, será valioso remitirlo a ellas).

• Ampliar la relación entre *dieces* y *cienes* a otros números, sistematizando y escribiendo conclusiones sobre las que se pueda volver, como se muestra en el siguiente cartel:

PARA RECORDAR:

10 billetes de 10 forman $100
20 billetes de 10 forman $200
30 billetes de 10 forman $300

Documentos curriculares para consultar

Ministerio de Educación de la Nación (2010) Fascículos *Y los números… ¿dónde están?, ¿Hay un lugar para los números? y Cifras a medida*. Serie Piedra Libre para Todos. Buenos Aires. Disponible en: educ.ar/sitios/educar/recursos/ver?id=118471&coleccion_id=118471&categoria_id=16537 [consultado el 5/2/2018].

Parra, C. y Saiz, I. (1992) "La banda numérica en primer grado" y "El castillo", en *Los niños, los maestros y los números. Desarrollo Curricular. Matemática 1º y 2º grado*. 1ª ed. Buenos Aires, MCBA, Secretaría de Educación, Dirección General de Planeamiento, Dirección de Currículum, pp. 123-129. Buenos Aires. Disponible en: buenosaires.gob.ar/areas/educacion/curricula/docum/areas/matemat/lnlmyln.pdf [consultado el 5/2/2018].

Dirección General de Cultura y Educación, Subsecretaría de Educación, Dirección Provincial de Educación Primaria, Dirección de Gestión Curricular (2007) *Matemática Nº 2 A. Numeración. Propuestas para alumnos de 3° y 4° año. Material para el docente*. Serie Curricular. La Plata. Disponible en: http://abc.gob.ar/primaria/sites/default/files/documentos/matematica_ndeg_2_a._numeracion._propuestas_para_alumnos_de_3deg_y_4deg_ano._material_para_el_docente_0.pdf [consultado el 5/2/2018].

GCABA, Ministerio de Educación, Escuela de Maestros (2017) "Secuencia: El cajero", en *Pensar la enseñanza, anticipar las prácticas 3. Material de trabajo entre maestros*, pp. 45-51. Buenos Aires. Disponible en: media.wix.com/ugd/9a7535_20f92a77988c46c398241df2e17074ba.pdf [consultado el 5/2/2018].

GCABA, Ministerio de Educación, Programa de Aceleración (2017) *Matemática. Segundo ciclo. Primera parte*. Serie Trayectorias Escolares. Buenos Aires. Disponible en: http://programaaceleracion.blogspot.com.ar/p/materiales-para-el-docente-y-el-alumno.html [consultado el 5/2/2018].

Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación y Consejo Federal de Cultura y Educación (2007) *Matemática, 2º grado y 3º grado*. NAP, Núcleos de Aprendizajes Prioritarios. Serie Cuadernos para el Aula. 2º grado: secuencia "El juego del cajero", p. 60. y secuencia "Embocar", p. 66 y 3º grado, pp. 55-58. Buenos Aires. Disponible en: ses.me.gov.ar/curriform/cuadernos.html [consultado el 5/2/2018].

2. Análisis y resolución de problemas

Resolver problemas es una tarea de mucha complejidad para los niños ya que se ponen en juego varios aspectos simultáneamente. Dar sentido a un problema requiere de la articulación de diversas capacidades. Comprender el problema es, por una parte, entender que el enunciado planteado relata una cierta situación, la cual incluye una serie de datos relacionados de determinada manera y preguntas sobre ellos. Por otra parte, ese enunciado debe conducir al niño a ciertas "acciones" para resolverlo. Esa acción implica una reflexión y tomas de decisiones. Por eso, no se trata simplemente de un acto de lectura. Es indispensable que la lectura del enunciado evoque una situación conocida por el alumno o susceptible de ser construida mentalmente. De esta manera, el niño puede construir una representación mental de la situación, seleccionando qué datos son útiles y cómo "manipularlos" para responder a la pregunta planteada.

Los problemas, en general, son comunicados a través de un texto escrito, lo que puede constituirse en un obstáculo para empezar a trabajar sobre él. En el primer ciclo los niños aún están avanzando en su proceso de alfabetización y la lectura independiente del enunciado puede ser compleja para muchos. Por lo tanto, es importante asegurar la comprensión por parte de todos los niños de la situación planteada de modo de poder empezar a trabajar. Seguramente puede resultar necesaria la lectura por parte del maestro de ese enunciado para toda la clase.

Pero, como ya se señaló, la posibilidad de encontrar una estrategia posible para resolver un problema no depende únicamente de haber comprendido el texto de su enunciado. Para que los alumnos aprendan a resolver problemas no alcanza con enfrentarlos a ellos. Es necesario plantear actividades específicas destinadas a su aprendizaje. Los alumnos necesitan aprender a identificar datos, incógnitas y soluciones en los diferentes problemas. Será necesario generar instancias de discusión y análisis de cuáles son los datos pertinentes o cuáles deberían estar presentes para resolver un problema, cuál es la pregunta que plantea el problema, si es posible encontrar una solución con los datos planteados o no, si hay más de una solución posible, hay una sola o no es posible encontrar solución.

a) Comprender la situación planteada en el problema para resolverlo

Intervenciones de enseñanza

En el primer contacto con los problemas, cuando los niños inician el aprendizaje de una operación, es deseable favorecer que puedan desplegar procedimientos (numéricos o no numéricos) que les permitan encontrar la respuesta. En ese sentido, mientras los niños resuelven, puede resultar conveniente anticiparles que tienen la posibilidad de usar diferentes recursos: dibujos, esquemas, cuentas, etc. según lo que necesiten. Esta intervención los habilita a buscar estrategias, realizar intentos, sentirse con permiso a probar formas de resolver.

La socialización de procedimientos posibles que hayan surgido en el grupo o que el maestro considere pertinente aportar, permite que circulen entre los alumnos estrategias diversas.

Es posible que algunos niños, frente a un problema, digan que no entienden cómo resolverlo o que lo resuelvan incorrectamente. Un paso importante es que logren hacerse una representación de la situación que plantea el problema. El maestro puede ayudar a que eso suceda.

Por otra parte, también es importante identificar aquello que en la formulación del enunciado podría constituir un obstáculo: una situación que no es familiar, terminología que no es conocida, etc.

Algunas intervenciones posibles son:

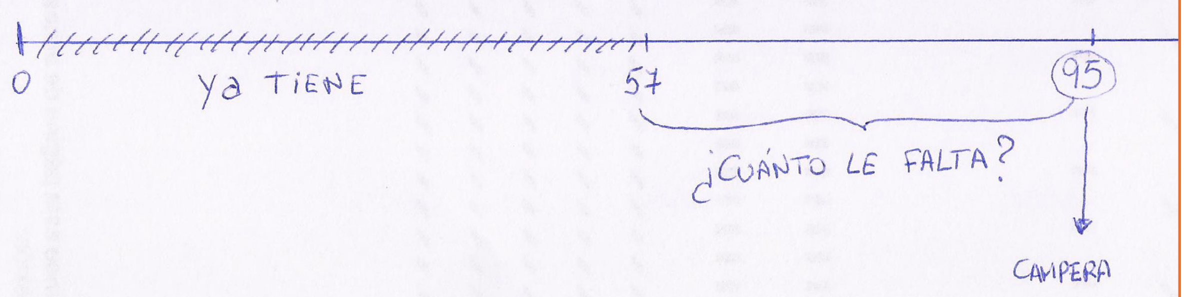
• Pedir al niño que reformule lo que **sí** entendió del enunciado. Se trata de ayudarlo a expresar lo que entendió, eventualmente iniciando el relato, y dándole lugar a continuarlo.

• Releer el problema junto con el niño.

• Ayudar a identificar la incógnita y los datos que se presentan.

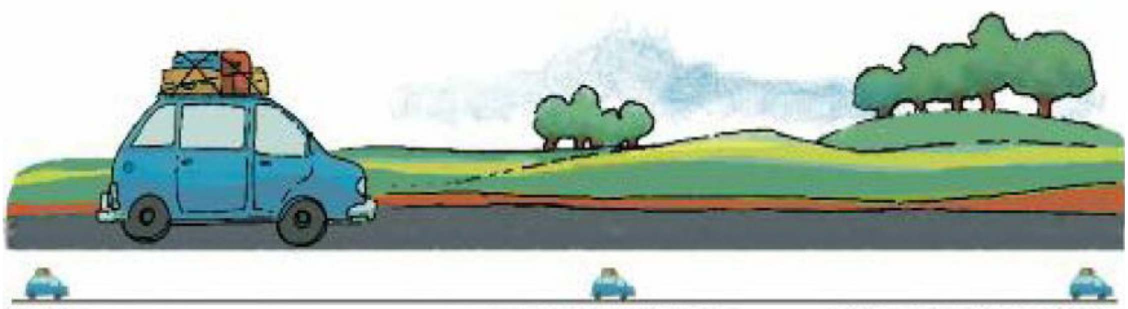
• En algunos problemas puede ser útil, para favorecer su comprensión, modificar la forma en que se plantea la pregunta. En los problemas de comparación, donde se busca establecer la distancia entre dos números, puede resultar particularmente importante recurrir a preguntas que impliquen *"igualar"* dos cantidades cuando la pregunta por la comparación (cuánto más o cuánto menos) resulta compleja. Por ejemplo, para el problema: *En un juego Julián obtuvo 25 puntos y su amigo Nicolás obtuvo 49, ¿por cuántos puntos le ganó Nicolás a Julián?,* se podría cambiar la pregunta por *¿cuántos puntos debería sacarse Julián para empatar con Nicolás?*

• Proponer que dibuje, iniciar un dibujo para que el alumno lo continúe o producir junto a los niños esquemas que representen la situación. Por ejemplo, para el problema: *Cecilia quiere comprarse una campera que cuesta $95, ya tiene ahorrados $57, ¿cuánto dinero le falta?* se podría armar con los niños una representación como la siguiente, que puede ayudar a comprender lo que se pregunta y elaborar una estrategia posible.



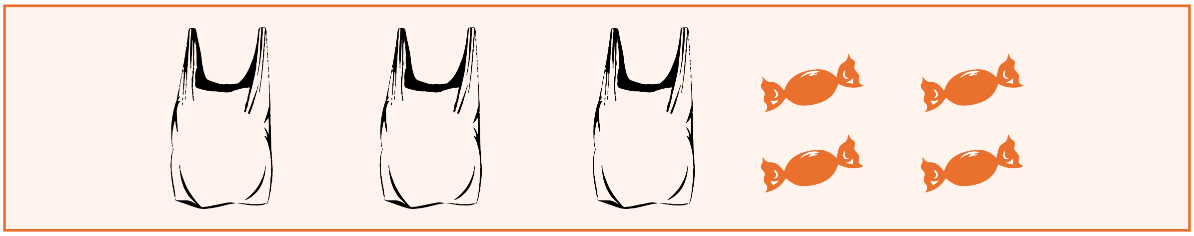
• Acompañar el enunciado por ilustraciones o dibujos que ayuden a representarse la situación planteada, en particular en problemas complejos como los que implican comparar o buscar el complemento. Por ejemplo:

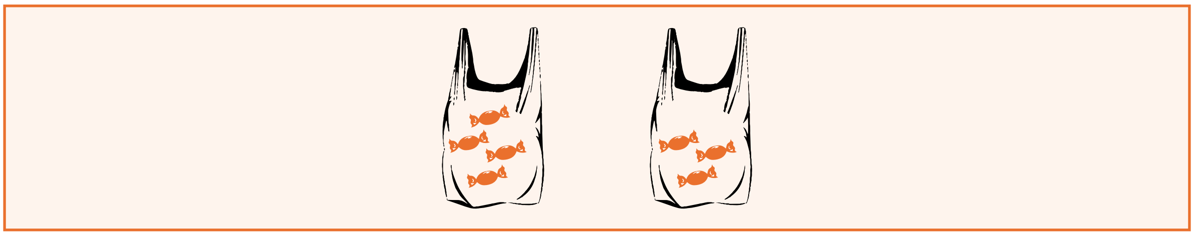
La ruta entre la ciudad de Neuquén y la ciudad de Viedma es de 650 kilómetros. Un auto salió de Neuquén para ir hacia Viedma y ya recorrió 400 kilómetros, ¿cuántos kilómetros faltan recorrer para llegar?



Salida | 400 km. ya recorridos | **Viedma**, fin del recorrido. 650 km

• Ofrecer distintas representaciones posibles para que el niño decida cuál sirve para ese problema en particular. Por ejemplo, frente al problema: *Si en 1 bolsa hay 4 caramelos, ¿cuántas caramelos habrá en 3 bolsas?*, es posible que algunos niños sumen ambos números del enunciado (procedimiento que les ha sido útil ante los problemas de suma pero que no se vincula con esta situación). En este problema hay dos universos en juego: bolsas y caramelos y una relación entre ambos (4 en cada bolsa). La representación de la situación en un dibujo puede ser una herramienta importante para intervenir. Se puede estimular que el niño produzca la representación y acompañarlo para revisarla en función de la interpretación del enunciado. También se podrían proponer los siguientes dibujos y pedir a los niños que decidan cuál de ellos representa al problema, para pensar luego qué calculo podría resolverlo:

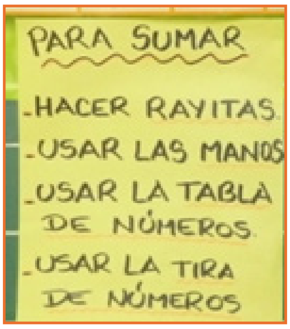




• Modificar los números en juego –por números más pequeños o redondos, por ejemplo–, proponer que se resuelva con esos números y luego volver, si es posible, a pensar nuevamente el problema original.

• Remitir a enunciados similares trabajados anteriormente para establecer relaciones con el nuevo problema. Por ejemplo: *En el problema de la panadería, que hicimos ayer, tuvimos que repartir panes en los canastos. En este problema de hoy, ¿hay que repartir también? ¿Nos sirve ahora lo que usamos con los panes?*

• Leer conclusiones anteriores que se hayan registrado y sean pertinentes para esta nueva resolución. Por ejemplo: si a partir de los primeros problemas de suma o resta se ha discutido y escrito en un cartel sobre las formas posibles de resolverlos, se puede leer cuando algún alumno o grupo de alumnos enfrente nuevamente situaciones similares.



ATENCIÓN: No siempre que dice "gastar" o "vender" o "perder" hay que restar. Todo depende de lo que sucede en ese problema.

Cuando hay que encontrar la distancia o diferencia entre dos números, se puede resolver usando una suma incompleta o una resta.

Por ejemplo para saber cuánto hay entre el 14 y el 34 se puede hacer: 34 – 14 o también pensar en cuánto le falta al 14 para llegar al 34 o sea 14 + _____ = 34.

También es posible armar carteles que se refieran particularmente a las conclusiones a propósito del análisis de enunciados de los problemas. Por ejemplo, a propósito del trabajo sobre los datos de un enunciado se podría concluir:

A veces en el problema hay varios datos pero sólo algunos sirven para responder la pregunta. Por ejemplo: Los años de la mamá y del tío y la cantidad de hermanos ¿te sirven para responder la pregunta? Es posible, entonces, que haya datos que no necesites.

Frente a soluciones erróneas, porque el niño elige una operación incorrecta o porque usa todos los números de enunciado (aun los que no son pertinentes), se puede:

• Analizar junto con él la función que cumplen los datos en ese problema, determinar qué datos sirven y cuáles no para la pregunta planteada. Por ejemplo: *¿Qué es ese 4 en el problema, son bolsas o caramelos?*

• Determinar si es razonable o no el resultado obtenido según el contexto del problema planteado. Por ejemplo: *¿Puede ser que cada niño reciba 32 caramelos si en total tenemos 8 caramelos?*

• Es importante variar las palabras que se usan en el enunciado para que la decisión de qué procedimiento usar no quede “atada” al vocabulario empleado. Por ejemplo, en situaciones de división no usar siempre “repartir” o usar “repartir” en situaciones que no se resuelven con una división: *Juan llevó a la escuela 4 cajas de 8 alfajores cada una para repartir a sus compañeros, ¿cuántos alfajores tenía para repartir?*

• Cuando se está enseñando una operación es recomendable, a lo largo de la secuencia de actividades, presentar a los alumnos problemas que no se resuelvan todos con esa operación. Esto puede permitir que los niños analicen cada situación y tomen decisiones y no que, por ejemplo, decidan hacer una multiplicación solamente porque *estamos aprendiendo a multiplicar*.

• Cuando la intención de la enseñanza está centrada en analizar problemas para decidir qué operación/es podría/n resolverlos, puede proponerse la resolución sin exigir que se efectúe el cálculo correspondiente. Por ejemplo, se puede pedir que se use la calculadora para encontrar la respuesta. Esto permite que la atención se concentre en la comprensión de la situación planteada y no en cómo efectuar el cálculo.

• Ante un niño que muestra dificultades con problemas que abordan sentidos más complejos de una operación, sería conveniente plantear otros problemas de sentidos más sencillos para conocer si en ese caso puede resolverlos. Por ejemplo, frente a la dificultad en un problema de comparación o complemento puede plantearse un problema de transformación negativa (un problema en el que hay que averiguar el resultado de una disminución) o un problema en el que hay que averiguar cuánto se agregó o se quitó a una cantidad.

Como ya se señaló, en el primer contacto con los problemas, cuando los niños inician el aprendizaje de una operación es deseable favorecer que puedan desplegar procedimientos (numéricos o no numéricos) que les permitan encontrar la respuesta. Luego, cuando sean capaces de encontrar una forma de resolución a ese tipo de situaciones, será necesario comenzar a relacionar esos procedimientos, que ya se han desplegado, con la escritura del cálculo correspondiente. La aparición de los signos (+, ×, −, /) tiene que ser posterior al haber enfrentado a los niños a problemas referidos a esas operaciones. Se espera que los signos permitan identificar un conjunto de problemas con los que ya vienen trabajando. Por supuesto, a lo largo de la enseñanza nuevos tipos de problemas harán que esos signos se vinculen a nuevos significados de la operación.

Documentos curriculares para consultar

Parra, C. y Saiz, I. (1992) “El parque”, en *Los niños, los maestros y los números. Desarrollo Curricular. Matemática 1º y 2º grado*. 1ª ed. Buenos Aires, MCBA, Secretaría de Educación, Dirección General de Planeamiento, Dirección de Currículum, pp. 63-73. Buenos Aires. Disponible en http://www.buenosaires.gob.ar/areas/educacion/curricula/docum/areas/matemat/lnlmyln.pdf [consultado el 5/2/2018].

GCABA, Ministerio de Educación, Programa de Aceleración (2017) *Matemática. Segundo ciclo. Primera parte*. Serie Trayectorias Escolares. Material para el alumno. Aceleración y Nivelación. Buenos Aires. Disponible en: http://programaaceleracion.blogspot.com.ar/p/materiales-para-el-docente-y-el-alumno.html [consultado el 5/2/2018].

Ministerio de Educación de Nación (2009) *Para seguir aprendiendo Matemática. Cuadernillo de Actividades, 4º y 5º grado. Alumno*. Serie Aprender con Todos. Tareas de acompañamiento para alumnos y alumnas de 4to. y 5to. grado. Buenos Aires. Disponible en: http://repositorio.educacion.gov.ar/dspace/bitstream/handle/123456789/55753/Para_seguir_aprendiendo_4_y_5_Matematica%20D.pdf?sequence=1 [consultado el 5/2/2018].

GCABA, Secretaría de Educación, *Dirección General de Planeamiento, Dirección de Currícula (2012) Diseño Curricular para la Escuela Primaria. Primer ciclo*, 1ª reimpr., pp. 318-328. Buenos Aires. Disponible en: http://www.buenosaires.gov.ar/areas/educacion/curricula/index.php [consultado el 5/2/2018].

Ministerio de Educación de la Nación y Consejo Federal de Cultura y Educación (2006) *Matemática, 1º, 2º y 3º grado*. NAP, Núcleos de Aprendizajes Prioritarios. Serie Cuadernos para el Aula. 1º grado: pp. 77-79; 2º grado: pp. 97-103 y 3º grado: pp. 90-97. Buenos Aires. Disponible en: http://www.ses.me.gov.ar/curriform/cuadernos.html [consultado el 5/2/2018].

b) Avanzar en las estrategias de cálculo para resolver problemas de suma y resta

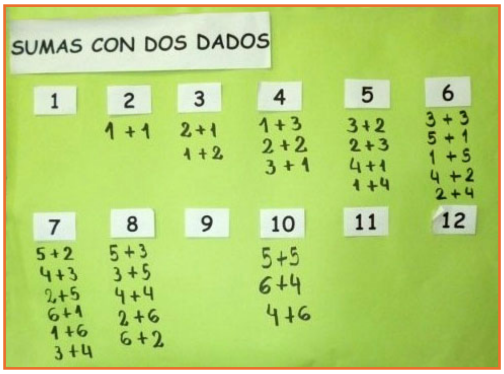
Intervenciones de enseñanza

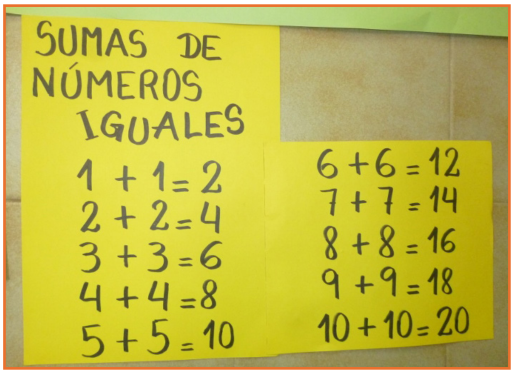
El avance del conteo a estrategias de cálculo

Frente a un niño que todavía utiliza el conteo para resolver las situaciones, se puede:

• Promover el uso del sobreconteo, socializando esta estrategia si ya la usa otro alumno, o proponiendo directamente que parta de uno de los números y agregue la otra cantidad contando. Es importante tener en cuenta la complejidad que esto supone para los chicos, ya que al hacer sobreconteo tienen que hacer un doble conteo: continuar con la serie al mismo tiempo que van contando los números para controlar cuánto agregan o avanzan.

• Recurrir a cálculos disponibles fácilmente porque se han sistematizado en discusiones grupales y están presentes en carteles o conclusiones anteriores. Por ejemplo: *¿No está ya escrito en el cartel cuánto es 5 + 5 y lo podemos usar?* o *¿Qué cálculos de los que están en el cartel podemos usar para este problema?* Pueden observarse otros ejemplos en los siguientes carteles:

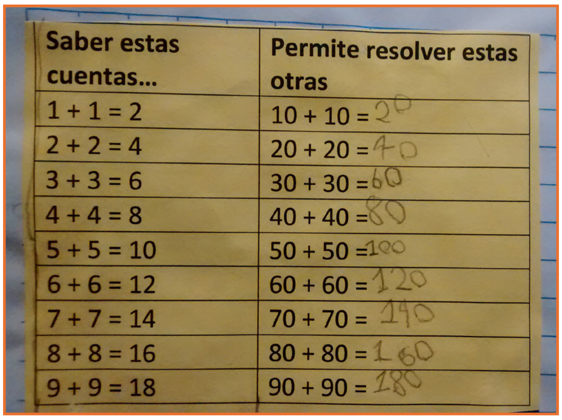




• Promover la memorización de ese repertorio de cálculos simples ya sistematizado grupalmente, iniciando el trabajo sobre sumas de números iguales y cálculos que den 10.

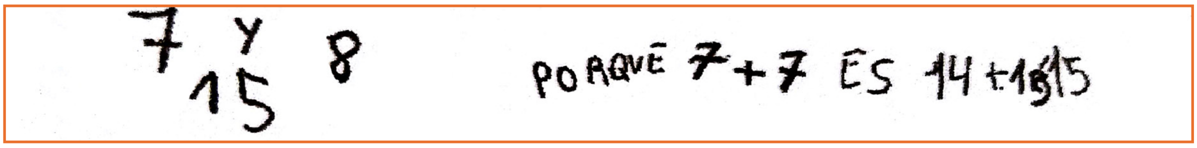
• Proponer el uso de cálculos sencillos para resolver otros. Las primeras relaciones podrían partir del repertorio memorizado de sumas de números iguales y de cálculos que dan 10, más uno. La utilización de los "*casi dobles*", por ejemplo, 6 + 7 es (6 + 6) + 1, es 12 + 1. También "*pasarse del diez*", por ejemplo: 7 + 4 es (7 + 3) + 1, es 10 + 1. O bien, si un niño resuelve 6 + 5 haciendo marcas y contando, se puede decir: *Vos ya sabés que cinco más cinco es diez, (escribiendo o mostrando en el cartel 5 + 5 = 10), ¿no te sirve para esa cuenta de 6 + 5?*

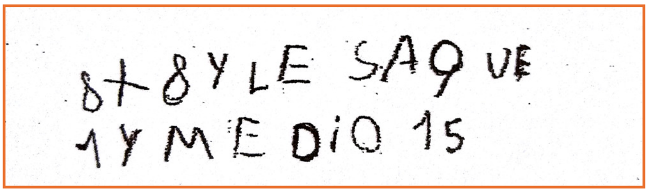
• Proponer la resolución de cálculos nuevos apoyándose en otros resultados conocidos, elaborar un cartel que exprese esa conclusión y volver a apelar a él cuando sea pertinente en nuevos cálculos. En el siguiente cartel se observa un ejemplo:



Saber estas cuentas...	Permite resolver estas otras
1 + 1 = 2	10 + 10 = 20
2 + 2 = 4	20 + 20 = 40
3 + 3 = 6	30 + 30 = 60
4 + 4 = 8	40 + 40 = 80
5 + 5 = 10	50 + 50 = 100
6 + 6 = 12	60 + 60 = 120
7 + 7 = 14	70 + 70 = 140
8 + 8 = 16	80 + 80 = 160
9 + 9 = 18	90 + 90 = 180

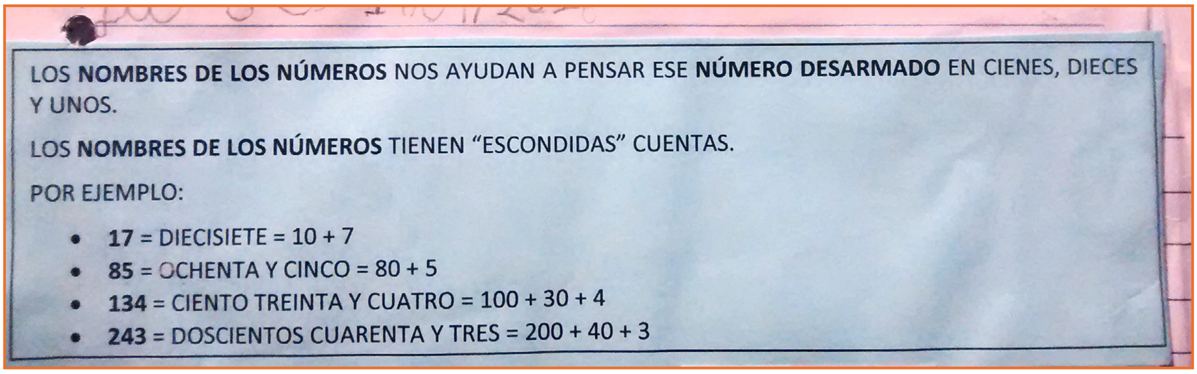
• Promover la difusión de diversos procedimientos de cálculo posibles con números pequeños. Por ejemplo, analizar y comparar grupalmente dos maneras de calcular 7 + 8, analizar qué cálculos se usaron en cada caso y cómo se usaron. Proponer la escritura de los dos procedimientos y compararlos.





• Plantear la escritura aritmética que representa un procedimiento de conteo realizado por el niño para resolver un problema. Por ejemplo, cuando hace palitos para resolver un problema que implica una suma o una resta, pedirle que anote el cálculo que corresponde a esa acción que realizó: "*¿Qué teclas deberías apretar en la calculadora para resolver esa situación?*". Otro ejemplo: cuando usa la grilla de números para sumar o restar, es posible sugerir al niño que escriba el cálculo. Si para resolver un problema que implica la suma de 56 + 25, el niño marca 56 en el cuadro de números y baja dos filas hasta el 76 y luego cuenta cinco números más, ayudarlo a construir la escritura: 56 + 10 + 10 + 5 = 81.

• Promover el apoyo en el nombre del número como ayuda para su descomposición aditiva, escribir luego la conclusión que sistematice esa idea y volver a ella cuando sea necesario como apoyo para resolver nuevos cálculos. Como ejemplo, puede observarse el siguiente cartel:

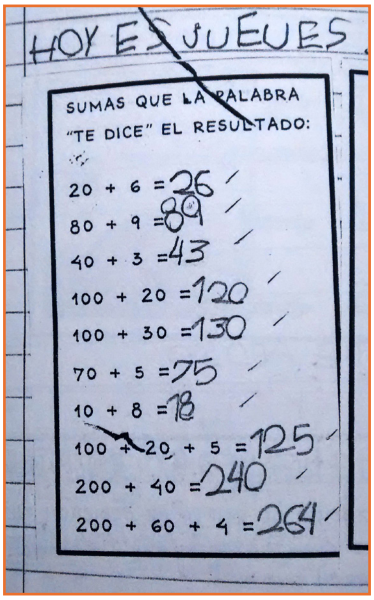

LOS **NOMBRES DE LOS NÚMEROS** NOS AYUDAN A PENSAR ESE **NÚMERO DESARMADO** EN CIENES, DIECES Y UNOS.

LOS **NOMBRES DE LOS NÚMEROS** TIENEN "ESCONDIDAS" CUENTAS.

POR EJEMPLO:

- **17** = DIECISIETE = 10 + 7
- **85** = OCHENTA Y CINCO = 80 + 5
- **134** = CIENTO TREINTA Y CUATRO = 100 + 30 + 4
- **243** = DOSCIENTOS CUARENTA Y TRES = 200 + 40 + 3

Luego, jugar esa misma relación para resolver nuevos cálculos de suma en donde resulte pertinente:


HOY ES JUEVES

SUMAS QUE LA PALABRA "TE DICE" EL RESULTADO:

20 + 6 = 26
80 + 9 = 89
40 + 3 = 43
100 + 20 = 120
100 + 30 = 130
70 + 5 = 75
10 + 8 = 18
100 + 20 + 5 = 125
200 + 40 = 240
200 + 60 + 4 = 264

El avance en las estrategias de cálculo

Hay momentos en los procesos de enseñanza en los que lo importante es que los niños exploren y reconozcan que es posible usar diversas formas para resolver un mismo cálculo. Más adelante, cuando ya ponen en juego estrategias de cálculo, se hace necesario asegurar su dominio. Las estrategias de cálculo utilizadas se relacionan siempre con el tipo de problema que se está resolviendo y/o el tamaño y tipo de números involucrados.

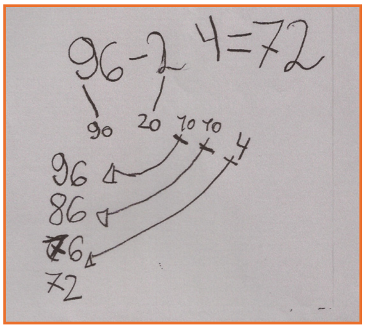
También es importante destacar que hay un componente personal en esa elección, hay niños que en distintos momentos se sienten más cómodos o seguros con una u otra estrategia.

No es esperable que todos los niños avancen al mismo tiempo en la construcción de estrategias ni se espera que haya un solo tipo de procedimiento valorado.

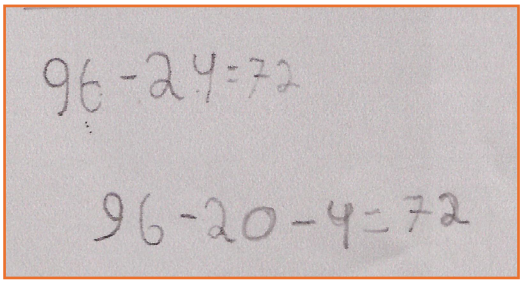
Con la intención de promover avances en las estrategias usadas por los niños, es posible:

• Analizar grupalmente o con algún niño en particular la relación entre diferentes procedimientos para resolver un mismo cálculo, las similitudes que tienen entre ellos y la economía que permiten. Por ejemplo, para el cálculo 96 - 24, proponer la comparación de estos dos procedimientos:

Andrea hizo



Paula hizo



Se podría discutir: *El 20 del cálculo de Paula, ¿está en el cálculo de Andrea? ¿Cómo habrá hecho Paula para restar 20?* La intención allí es destacar que restar dos veces diez es lo mismo que restar 20 y por lo tanto se puede hacer directamente apoyado en 90 – 20 o 9 – 2. Sistematizar estas conclusiones en carteles puede ser valioso para recurrir a ellas cuando sea necesario.

Es importante tener en cuenta, como ya se ha dicho, que no es esperable que todos los niños avancen simultáneamente en relación con las estrategias de cálculo que utilizan, ni se pretende que prevalezca una única manera de resolver. No se espera que se utilice siempre en el grupo solamente una o unas descomposiciones determinadas. Es importante favorecer la convivencia de modos de resolución que apelan a diferentes descomposiciones de los números.

Por otra parte, tampoco es esperable que cada niño tenga necesariamente que "inventar" los distintos procedimientos. Por eso, cuando en el aula aparece una idea potente o el maestro decide presentar un procedimiento relevante, es importante promover que todos los chicos tengan la posibilidad de ensayar esa idea y poner en juego ese procedimiento.

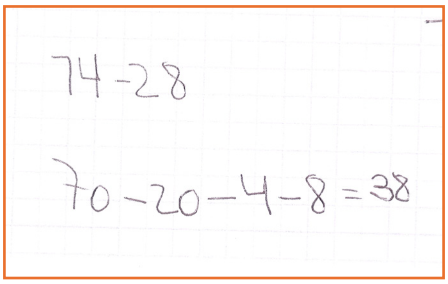
El caso particular del cálculo de resta

El aprendizaje del cálculo de resta suele resultar complejo para los niños.

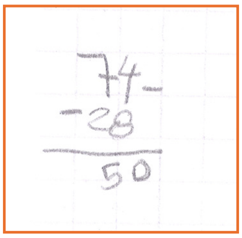
Es importante que también, como sucede en el caso de la suma, se promueva la sistematización de cálculos de resta sencillos. Así, la resta de dígitos entre sí, la resta de números redondos y la resta de cualquier número menos 10 o menos 1, entre otros, son parte del repertorio aditivo que los niños necesitan tener disponible.

La relación entre la suma y la resta, o sea poder apoyarse en resultados de sumas disponibles para resolver cálculos de resta, es otro aspecto que ayuda a avanzar en la construcción de estrategias para restar. Aprender que si $6 + 4 = 10$ y entonces $10 - 4 = 6$ requiere un trabajo específico.

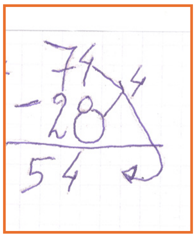
La resta como operación tiene particularidades que generan mayores dificultades para la enseñanza que las que genera la enseñanza de la suma. Por ejemplo, es habitual que durante el trabajo con la resta en números mayores de dos o más cifras, aparezcan algunos errores como los siguientes:



Este alumno descompone aditivamente ambos términos (minuendo y sustraendo) y resta todo al 70 que le queda como primer término. Como el minuendo y el sustraendo tienen distinto rol en una resta, entonces algo que sí podría funcionar a la hora de la suma –*cuando descompongo ambos términos puedo sumar todos con todos*– no es posible en la resta y el 4 del minuendo debería haberse sumado.



Este alumno pone 0 al hacer 4 – 8. Es posible que considere que como al sacar 4 ya llegó a 0, no puede restar más y debe escribir el número más chico que conoce.



En este caso, al encontrarse con un 4 – 8 el niño decide invertirlo y pensarlo como 8 – 4, como si en la resta se cumpliera la propiedad conmutativa o también guiado por la idea *al más grande le resto el más chico*.

Resulta un trabajo interesante con los niños proponer el análisis colectivo de estrategias –erróneas y correctas– con el objetivo de reflexionar y sistematizar, en particular, las diferencias entre la suma y la resta. Es necesario destacar una cuestión que tiene fuertes efectos en la enseñanza: la suma y la resta no tienen las mismas propiedades y, en particular, la resta no posee algunas de las propiedades "agradables" de la suma que dan mucha más maleabilidad y libertad a la hora de realizar cálculos. Muchos errores de los niños se derivan de la generalización que hacen de propiedades que sí se cumplen en la suma pero no en la resta. Por supuesto, no se trata de conceptualizar las propiedades pero sí de hacerlas jugar, discutir las opciones de cálculo y explicitar qué se puede y qué no en una y otra operación. Se hace necesario hacerse cargo de esta diferencia entre la suma y la resta y asumirla como parte de la enseñanza.

Por eso, discutir con los niños sobre los procedimientos de cálculo para resolver una resta podría permitir el establecimiento de algunas conclusiones como: *En la resta no se puede 'dar vuelta' los números, 4 – 8 no es lo mismo que 8 – 4. En los cálculos de suma es posible cambiar de lugar los números y el resultado no varía. En el cálculo de resta eso no es posible pues, al cambiar de lugar los números, da otro resultado. Por ejemplo 8 – 4 = 4, y si hacemos 4 – 8 va a dar un número más chico que el cero.* Otra conclusión posible es: *4 – 8 no da 0, da menos que cero.*

Otro ejemplo:

NUESTRAS CONCLUSIONES EN RELACIÓN A LA RESTA

- Es más fácil trabajar con números redondos.
- Si sacamos de más después lo tenemos que volver a agregar.
- En la resta, a diferencia que en la suma, si doy vuelta los números no da el mismo resultado.

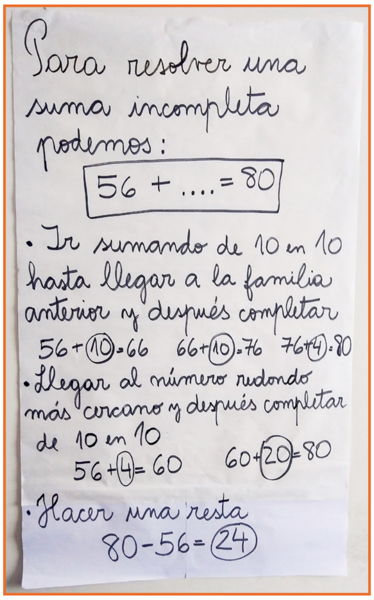
Por ejemplo: 3 + 2 = 5 *pero* 3 - 2 = 1

2 + 3 = 5 2 - 3 = da menos que ce

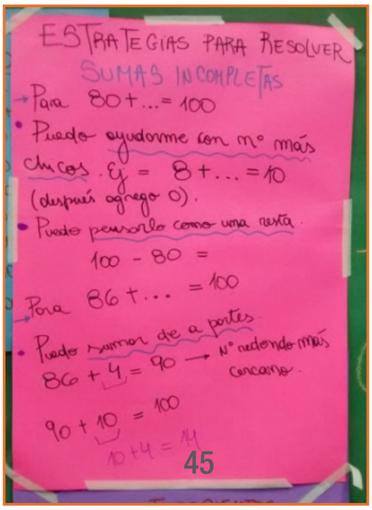
Cuando los alumnos vuelvan a resolver cálculos –tanto por medio de un cálculo mental o un algoritmo convencional–, es importante remitirlos a estas conclusiones si producen errores parecidos.

Muchos de estos errores aparecen cuando los niños desarman ambos números al realizar el cálculo de resta. Esto en general se debe a que en el cálculo de suma esta es una estrategia habitual que funciona siempre. Por este motivo, incluso en los cálculos de suma es necesario analizar con los niños procedimientos en los que se descompongan ambos sumandos o solo uno de ellos. Por ejemplo, es posible resolver 47 + 35 como 47 + 30 + 5, o 47 + 10 + 10 + 10 + 5. Esto también puede realizarse con los cálculos de resta y entonces resolver, por ejemplo, 83 – 25 como 83 – 20 – 5 o 83 − 10 − 10 − 5. Para que estas resoluciones tengan lugar, el trabajo con escalas ascendentes y descendentes de 10 en 10, de 20 en 20, etc. resulta especialmente necesario.

Los problemas de complemento y comparación proporcionan un contexto propicio para relacionar la suma y la resta. Por ejemplo, es posible establecer que 80 – 56 es igual a encontrar qué numero sumado a 56 da 80 y registrarlo en un cartel informativo al que se pueda recurrir toda vez que sea necesario:



Otro ejemplo:



El trabajo con los algoritmos convencionales

La introducción del algoritmo convencional requiere un fuerte trabajo previo sobre las propiedades de sistema de numeración y el cálculo mental. Es deseable, por lo tanto, no proponer prematuramente esta técnica de cálculo.

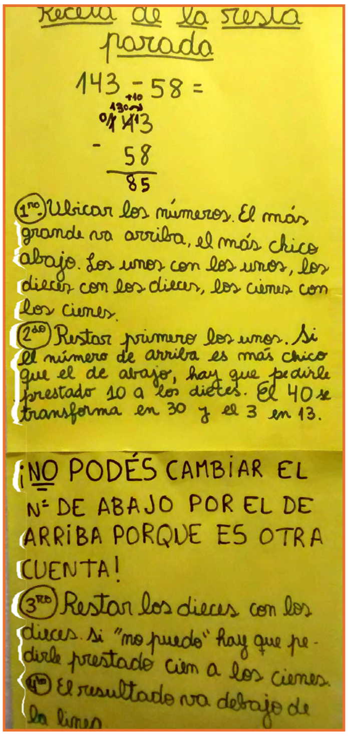
Si un niño resuelve los algoritmos de suma y resta con errores, es posible intervenir para analizar colectivamente lo que "está escondido" en esos algoritmos y cargarlos de sentido. Para eso es necesario asegurar el dominio del análisis del valor posicional sobre el que se apoya el funcionamiento de los algoritmos.

En el caso del algoritmo de la resta, es importante generar el análisis de lo que sucede y de las "transformaciones" que sufren los números en juego:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 5\,1} \\ -\;\cancel{6}3 \\ 18 \\ \hline 45 \end{array}$$

En la resta anterior se está descomponiendo al 63 como 50 + 13 para restar 50 – 10 y 13 – 8. 50 – 10 = 40 y 13 – 8 = 5; por lo tanto 63 – 18 = 45. Hay algunas preguntas que podrían promover este análisis: *¿Cómo funciona esta forma de restar? ¿Cómo se desarmó el 63? ¿Por qué se tachó el 6 y hay un 5 en su lugar? ¿Ese 1 que está al lado del 3, cuánto vale?*

Se puede proponer sistematizar el procedimiento para hacer estas cuentas en un cartel que ayude a acordarse de los pasos. Por ejemplo:



De esta forma se puede volver a leer el cartel antes de realizar nuevos cálculos.

Es valioso proponer que se controlen los resultados obtenidos al realizar cálculos. Las intervenciones ligadas a analizar la razonabilidad del resultado en función de los números en juego resultan particularmente importantes, tanto en el caso de los algoritmos de suma y resta, como en los cálculos mentales.

En ese sentido, se puede proponer a los alumnos que antes de realizar el cálculo anticipen aproximadamente cuál podría ser el resultado. Las actividades sobre cálculo estimativo cobran particular relevancia para lograr estos avances. Por ejemplo:

Tratá de responder sin hacer el cálculo exacto:

a. 45 + 32, ¿será mayor o menor que 90? ____________________

b. 230 + 180, ¿será mayor o menor que 500? ____________________

c. 430 + 290, ¿será mayor que 600? ____________________

Sin hacer el cálculo exacto, marcá cuál te parece que será el resultado:

a.	45 + 23 =	58	68	108
b.	430 + 240 =	1700	570	670
c.	230 + 190 =	620	320	420
d.	574 + 254 =	628	828	728

¿Qué tuviste en cuenta para resolverlos?

Documentos curriculares para consultar

Parra, C. y Saiz, I. (1992) *Los niños, los maestros y los números. Desarrollo Curricular. Matemática 1º y 2º grado*. 1ª ed. Buenos Aires, MCBA, Secretaría de Educación, Dirección General de Planeamiento, Dirección de Currículum. Para iniciar en 1º grado con el trabajo con problemas de agregar y quitar, ver especialmente "El juego de la caja", pp. 78-93. Disponible en: http://www.buenosaires.gob.ar/areas/educacion/curricula/docum/areas/matemat/lnlmyln.pdf [consultado el 5/2/2018].

Dirección General de Cultura y Educación, Subsecretaría de Educación, Dirección Provincial de Educación Primaria, Dirección de Gestión Curricular (2007) *Matemática Nº 1. Inicio de primer año. Propuestas para alumnos de 1º año. Material para el docente*. Serie Curricular. La Plata. Disponible en: http://abc.gob.ar/primaria/sites/default/files/documentos/matematica_ndeg1-_inicio_de_1deg_ano._propuestas_para_alumnos_de_1deg_ano._material_para_el_docente.pdf [consultado el 5/2/2018].

Ponce, H. (s/f) *Cálculo mental de sumas y restas. Propuestas para trabajar en el aula*. La Plata, Dirección General de Cultura y Educación, Subsecretaría de Educación, Dirección Provincial de Educación Primaria Dirección de Gestión Curricular, Mejorar los Aprendizajes, Área de Matemática. Son propuestas para diferentes grados, con situaciones que implican la memorización de cálculos simples o el poder utilizarlos en otros más complejos.

Dirección General de Cultura y Educación, Subsecretaría de Educación, Dirección Provincial de Educación Primaria (2008) *La enseñanza del cálculo en primer grado*. Buenos Aires. Disponible en: https://es.scribd.com/document/87672963/10-Broitman-Claudia-y-Otros-La-Ensenanza-Del-Calculo-Primer-Grado [consultado el 5/2/2018].

Ministerio de Educación de la Nación (2011) Fascículos *Vamos por más; Uno más, uno menos y ¿Quién más, quién menos?* Serie Piedra Libre para Todos. Buenos Aires. Disponible en: http://www.educ.ar/sitios/educar/recursos/ver?id=118471&coleccion_id=118471&categoria_id=16537 [consultado el 5/2/2018].

Dirección General de Cultura y Educación, Subsecretaría de Educación, Dirección Provincial de Educación Primaria, Dirección de Gestión Curricular (2007) *Matemática Nº 3 A. Operaciones con números naturales (1ª parte). Propuestas para alumnos de 3º y 4º año. Material para el docente*. Serie Curricular. La Plata. Disponible en: http://abc.gob.ar/primaria/sites/default/files/documentos/matematica_ndeg_3_a._operaciones_con_numeros_naturales-_3degy_4deg_ano-_material_para_el_docente.pdf [consultado el 5/2/2018].

Dirección General de Cultura y Educación, Subsecretaría de Educación, Dirección Provincial de Educación Primaria, Dirección de Gestión Curricular (s/f) *Juegos que pueden colaborar en el trabajo en torno al cálculo mental. Mejorar los aprendizajes. Con propuestas de cálculo mental*. Versión preliminar. La Plata. Disponible en: http://abc.gob.ar/primaria/sites/default/files/documentos/juegos_que_pueden_colaborar_en_el_trabajo_en_torno_al_calculo_mental.pdf [consultado el 5/2/2018].

Etchemendy, M. (2015) *Quitar, retroceder, comparar, completar... Propuestas para la enseñanza de la resta. Matemática. Material para el docente*. Programa de Aceleración. GCABA, Ministerio de Educación, Subsecretaría de Gestión Educativa y Coordinación Pedagógica. Disponible en: https://drive.google.com/file/d/0B2tNpJnvdpZJclNDSF84Z0lzY00/view [consultado el 5/2/2018].

Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación y Consejo Federal de Cultura y Educación (2006) *Matemática, 1º, 2º y 3º grado*. NAP, Núcleos de Aprendizajes Prioritarios. Serie Cuadernos para el Aula. Disponible en: http://www.ses.me.gov.ar/curriform/cuadernos.html [consultado el 5/2/2018].

c) Avanzar en las estrategias de cálculo para resolver problemas de multiplicación y división

Intervenciones de enseñanza

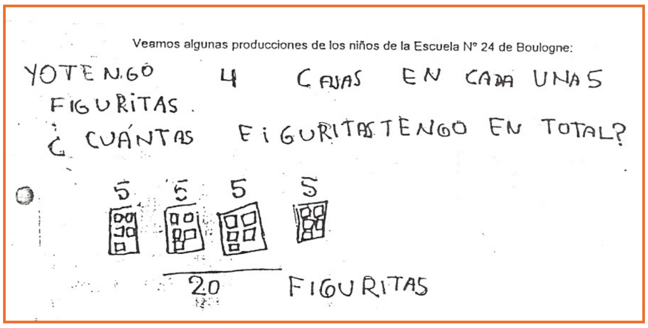
Avance de las estrategias de cálculo

Al inicio del trabajo con situaciones multiplicativas es importante que los niños exploren y reconozcan que es posible usar diversas formas para resolver un mismo cálculo. Más adelante, cuando los niños ya ponen en juego estrategias de cálculo, se hace necesario hacerlos avanzar a procedimientos más eficientes y económicos. Las estrategias de cálculo utilizadas se relacionan siempre con el tipo de problema que se está resolviendo y/o el tamaño y tipo de números involucrados. También es importante destacar que hay un componente personal en esa elección, hay niños que en distintos momentos se sienten más cómodos o seguros con una u otra estrategia.

No es esperable que todos los niños avancen al mismo tiempo en la construcción de estrategias ni se espera que haya un solo tipo de procedimiento valorado.

Frente a un niño que todavía dibuja y cuenta para resolver las situaciones de multiplicación se puede:

• Promover que recurra a la escritura de cálculos, en principio aditivos, que representen la situación y que eviten el conteo uno a uno. Por ejemplo, frente a una producción como la que muestra la imagen, pedirle al niño que escriba el cálculo y se apoye en los cálculos conocidos para resolverlo.



• Promover la memorización de un repertorio de cálculos simples de multiplicación ya sistematizado grupalmente.

La memorización de algunas tablas se puede convertir en un apoyo para luego resolver otros cálculos. Por eso es importante detectar qué tablas resultan más sencillas de recordar para los niños. Para permitir que los niños avancen en sus posibilidades de memorizar cálculos, es importante que puedan reconocer ellos mismos cuáles son aquellos cálculos “en los que nunca se equivocan”. Para esto se puede proponer hacer un listado de tablas fáciles o de resultados que ya se saben de memoria. Proponerle distinguir, dentro de un conjunto de productos, de cuáles conoce el resultado de memoria y de cuáles no, favorece la toma de conciencia de lo que se ha aprendido y de la identificación de que hay algo sobre lo que es necesario continuar trabajando.

• Proponer el uso de cálculos conocidos para resolver otros. Por ejemplo: si un niño para resolver 6 x 5, suma o hace marcas en el papel, preguntarle si se acuerda de cuánto es 5 x 5, o buscar ese resultado en un cartel. Para poder apoyarse en un resultado conocido, hay que analizar qué cambia de uno a otro. En este ejemplo, responderse qué hay que sumar: *¿una vez el 5?, ¿una vez el 6? ¿o 1?* La reflexión se puede apoyar haciendo una relación con la suma reiterada implicada, esto puede colaborar para identificar cuál es el *número que se debe repetir una vez más*.

También, resulta útil incluir propuestas que permitan hacer visible cómo “*me puedo apoyar en un cálculo conocido para resolver una multiplicación que todavía no sé*”, como la siguiente:

En cada columna, completá primero los cálculos dentro de los cuadros. Tratá de recordarlos, si no los recordás, entonces podés mirar en la tabla pitagórica.

Luego, **con la ayuda del primer cálculo**, escribí los resultados de los otros cálculos.

5 x 5	4 x 4	6 x 6	3 x 3
5 x 6 = ____	4 x 5 = ____	6 x 7 = ____	3 x 4 = ____
5 x 7 = ____	4 x 6 = ____	6 x 8 = ____	3 x 5 = ____
5 x 8 = ____	4 x 7 = ____	6 x 9 = ____	3 x 6 = ____

Escribir esas conclusiones en un cartel puede permitir sistematizar ese procedimiento y también poder consultarlo cuando sea necesario para otros cálculos.

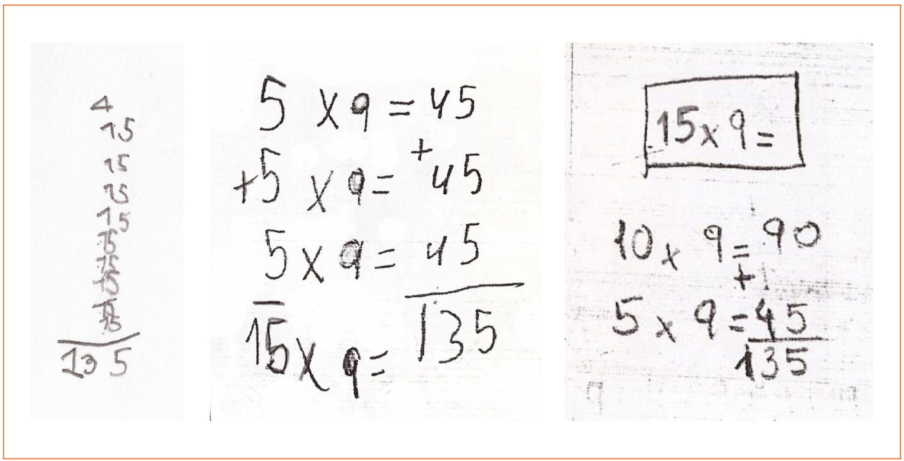
Cuando sabemos de memoria algunos resultados de una tabla, podemos averiguar otros resultados que no recordemos.

Por ejemplo, si sabemos que 6 x 40= 24, entonces se puede averiguar cuánto es 6 x 5:
6 x 5 es igual a 24 + 6, porque al resultado de 6 x 4 le agrego un 6 más (porque se trata de la tabla del 6) y 24 + 6= 30

Entonces 6 x 5= 30

• Promover la difusión de diversos procedimientos de cálculo. Hay momentos en los procesos de enseñanza en los que lo importante es que los niños exploren y reconozcan que es posible usar diversas formas de resolver un mismo cálculo, por ejemplo cuando se trata de aquellos que no están presentes en la tabla pitagórica.

El registro siguiente muestra diversos modos de resolver el cálculo 15 x 9. Podría resultar interesante analizarlos y en particular, compararlos y encontrar relaciones entre ellos, valorándolos como opciones diversas para llegar al resultado.



• Proponer el análisis y la sistematizacion de multiplicaciones por 10, 100 y 1.000, etc. y más adelante ampliar a multiplicaciones por otros números “redondos” (por 20, 30 , 200, etc.). Esto es importante para que luego se puedan discutir y generalizar procedimientos de multiplicación de números mayores.

Más adelante, cuando los niños ya ponen en juego estrategias de cálculo, se hace necesario hacerlos avanzar a estrategias más eficientes y económicas. Con esa intención es posible:

• Analizar grupalmente o con algún niño en particular la relación entre diferentes procedimientos para resolver un mismo cálculo: las similitudes que tienen entre ellos y la economía que alguno de ellos permite.

Retomando los ejemplos anteriores, para hacer 15 x 9 = se podrían plantear algunas intervenciones que propician el análisis y la comparación entre estrategias: *En el primer procedimiento, ¿dónde está el 9? ¿Dónde está el 15 en el segundo procedimiento? ¿Y en el tercero? En el tercer procedimiento hay un 10, ¿dónde está ese 10 en el segundo procedimiento? ¿Dónde está el 5 x 10 y el 5 x 9 en el procedimiento de suma?*

Es importante tener en cuenta, como ya se ha dicho, que no es esperable que todos los niños avancen simultáneamente en relación con las estrategias de cálculo que utilizan, ni se pretende que sea una única manera de resolver la que prevalezca.

• Trabajar sobre la aproximación como una forma de control de los resultados obtenidos. Por ejemplo:

1) Sin hacer la cuenta, decidan si 3 × 543 es mayor o menor que 1.500. Expliquen cómo lo pensaron.

2) ¿Cuánto darán aproximadamente estas cuentas?

104 × 5 6 × 308

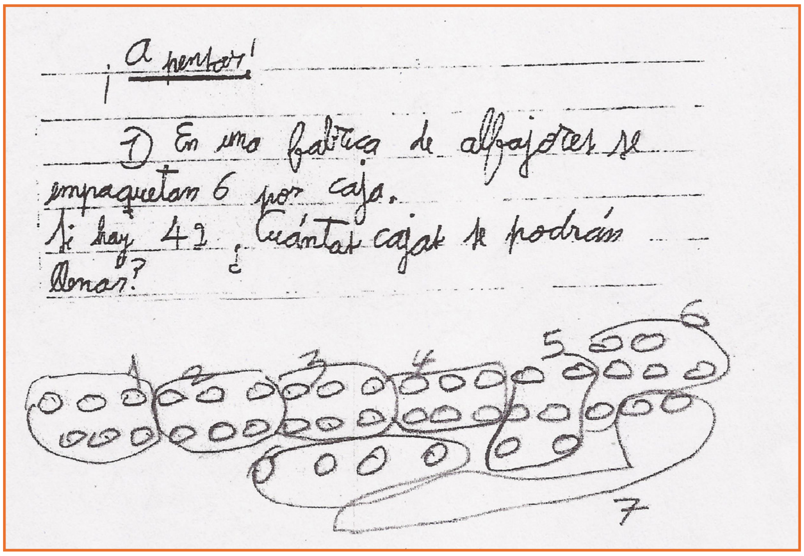
3) Sin hacer la cuenta, decidan cuál de los tres números está más cerca del resultado de cada cálculo.

	15		300
7 × 21	150	9 × 32	30
	1.500		3.000

El caso particular del cálculo de división

Es esperable que, al inicio del trabajo con problemas que implican el cálculo de división, los niños pongan en juego resoluciones ligadas a la distribución efectiva de elementos (materiales o representados) y al conteo del número de partes o del número de elementos por parte. Un avance significativo está dado por la utilización de números, al principio vinculada a lo que han dibujado, es decir al resultado de sus acciones. Luego podrán expresar aquello que representaron con un cálculo de suma o de resta, que podrán utilizar nuevamente en otros problemas similares. Como se ha dicho, el análisis compartido de modos diversos de resolver y su puesta en relación resulta muy potente para promover avances.

Frente a resoluciones como la siguiente, se puede pedir a un alumno que exprese lo que hizo con una cuenta.



Es deseable, entonces, que un niño pueda escribir el cálculo 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 y resolver la situación haciendo ese cálculo. Si no lo logra autónomamente, el docente puede intervenir ofreciéndole varios cálculos y que decida de todos ellos cuál puede servir para esa representación que hizo. En una situación colectiva, si el niño utilizó esa escritura (6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 42) es importante que la explique para el resto de la clase. Puede decir: *Fui sumando de a 6 cuidando de no pasarme de 42 y después conté los 6 que sumé, esas son las cajas.*

Para resolver una división se pueden usar sumas o restas pero la respuesta no está dada por el resultado de esos cálculos sino por la interpretación de lo que representan, por el control del significado de los números. Luego, es desde esos significados que se puede promover la vinculación de estos modos de resolución con la multiplicación, operación que constituye la herramienta central para resolver divisiones. En este caso se trata de vincular el 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 con el cálculo 6 x 7.

Es necesario para continuar el avance, trabajar las relaciones entre la división y la multiplicación estableciendo que 24 : 6 es igual a averiguar por cuánto hay que multiplicar a 6 para obtener 24. Para llegar a esa relación se pueden proponer situaciones como las siguientes:

Abajo aparecen diferentes *adivinanzas* con multiplicaciones. Si necesitás, podés mirar la tabla pitagórica.

a- ¿Qué número multiplicado por 5 da 20? ____________
b- ¿Qué número multiplicado por 8 da 24? ____________
c- ¿Qué número multiplicado por 7 da 35? ____________
d- Un número multiplicado por 3 da 15, ¿qué número es? ____________
e- Un número multiplicado por 9 da 27, ¿qué número es? ____________

¿Podrías escribir estas adivinanzas en forma de cálculo? ¿Cómo serían?

Un momento importante del trabajo es explicitar con los niños que la tabla pitagórica es una herramienta que permite encontrar el resultado de una división (y no solo de una multiplicación).

En ese uso de la tabla se pueden prever propuestas que avancen primero en la relación de la multiplicación con la división sobre números que están en la tabla pitagórica (por ejemplo 42 : 7); luego con divisiones con resto diferente de 0 pero que encuentran respuesta en la tabla (por ejemplo 37 : 5); y finalmente con cálculos que se extiendan a números mayores que ya no están presentes en la tabla (por ejemplo 84 : 7) para que los niños empiecen a aproximarse usando las multiplicaciones por 10.

De esta forma pueden plantearse situaciones como las siguientes:

Usando la tabla, escribí el resultado de las siguientes divisiones y escribí qué cálculo usaste para resolverlas. El primero ya está resuelto y va como ejemplo.

20 : 5 = 4 porque 4 × 5 es 20	30 : 6 = __ porque __	56 : 8 = __ porque __
54 : 9 = __ porque __	27 : 3 = __ porque __	42 : 7 = __ porque __
18 : 2 = __ porque __	49 : 7 = __ porque __	35 : 5 = __ porque __

Resolvé los siguientes cálculos, anotá el resto en cada caso y la multiplicación que te sirvió:

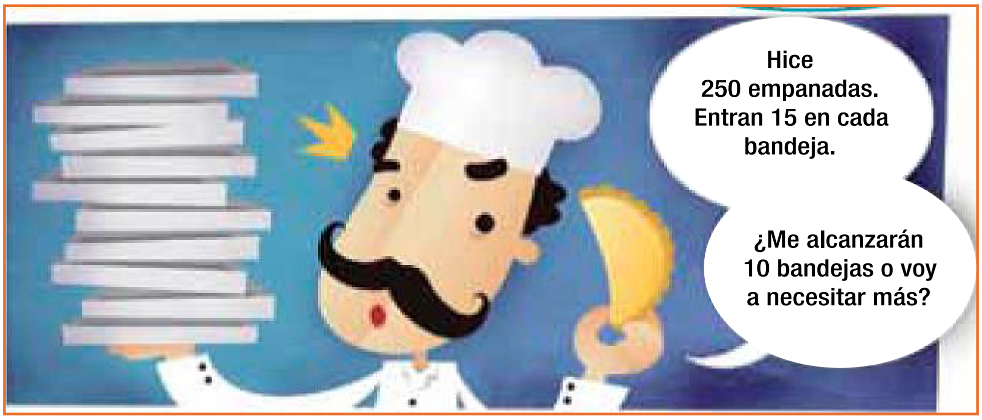
25 : 4 = ________ y sobra ________	Porque 4 × ________ = ________
31 : 6 = ________ y sobra ________	Porque 6 × ________ = ________
42 : 5 = ________ y sobra ________	Porque 5 × ________ = ________
32 : 3 = ________ y sobra ________	Porque 3 × ________ = ________

a) ¿Cuánto es 70 : 7? ¿Qué multiplicación de la tabla ayuda?
b) Y entonces, ¿cuánto es 77 : 7?
c) ¿Y 84 : 7?

Puede resultar fértil plantear situaciones en las que haya que buscar resultados aproximados de divisiones, por ejemplo, decidir si el resultado dará más de 10 o menos, más de 100 o menos, etc. Estas situaciones permiten trabajar con los niños la opción de encontrar resultados de divisiones, aproximándose a partir de multiplicaciones. Pueden plantearse situaciones como las siguientes:

Un grupo de 4 amigos gastaron $96 en un regalo que compraron para un cumpleaños. Quieren pagarlo en partes iguales. Sin hacer el cálculo exacto de cuánto va a pagar cada uno, indicá si cada uno deberá pagar:

a. ¿Más o menos de $10? ______________________________

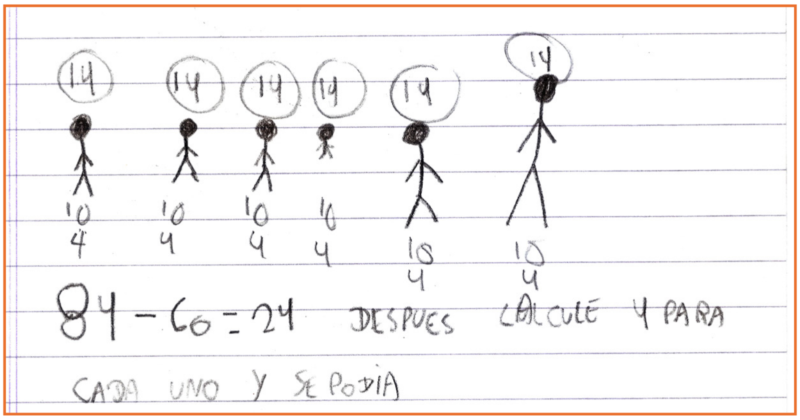


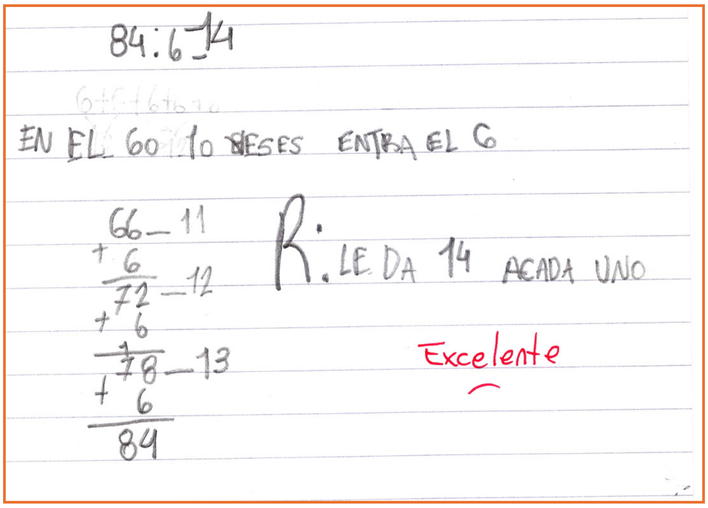
Para propiciar el avance en las estrategias de cálculo de división, puede resultar valioso comparar diferentes procedimientos para dividir que hayan surgido, en particular incluyendo aquellos que se apoyen en cálculos multiplicativos. Por ejemplo, para el problema:

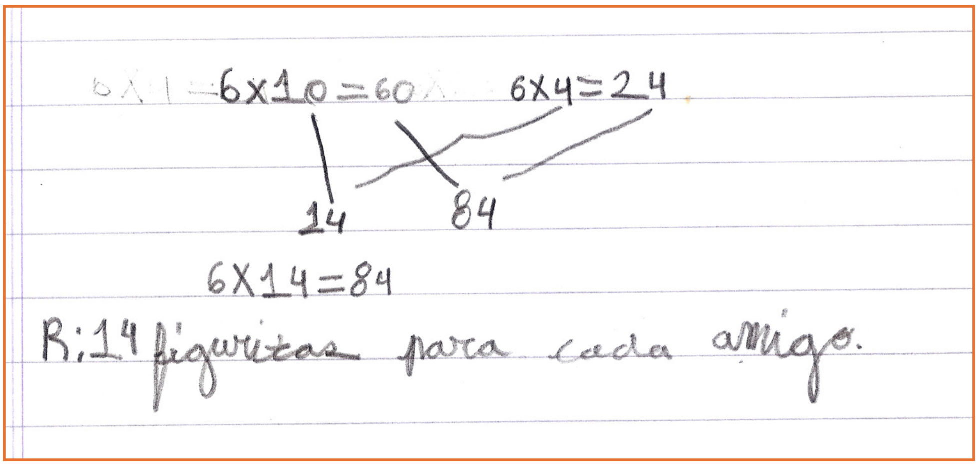
ERNESTO COMPLETÓ SU ALBUM DE FIGURITAS DEL MUNDIAL. LE SOBRARON 84 FIGURITAS Y SE LAS VA A REGALAR 6 AMIGOS DE LA ESCUELA, VA A TRATAR DE DARLE A TODOS LA MISMA CANTIDAD ¿COMO HACE?

pueden analizarse los siguientes procedimientos posibles que podrían surgir en el grupo

15X6=90 13X6=78 14X6=84
R: 14 A CADA UNO Y NO SOBRA NADA

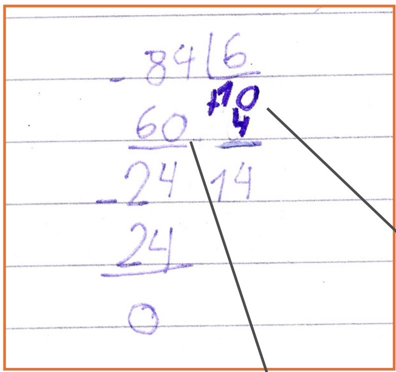






Una vez que la mayor parte de los niños utiliza aproximaciones mediante multiplicaciones para resolver una división, se podría presentar el algoritmo extendido de la división, relacionándolo con los procedimientos de resolución ya construidos.

Por ejemplo, para el cálculo anterior (84 : 6) podrá presentarse el algoritmo tal como muestra la imagen. En el cálculo se escriben aquellos números que ya fueron utilizados en los procedimientos anteriores (el 10, del 10 x 6, el 4 del 4 x 6, etc.). Es importante relacionar los pasos implicados en el cálculo (las operaciones de multiplicación y resta que se ponen en juego) con el problema que se está resolviendo. Es una relación valiosa que permite controlar lo que se va haciendo, teniendo en cuenta su pertinencia para resolver la situación planteada: *le doy 10 figuritas a cada uno, entonces como 10 x 6 es 60, uso 60 figuritas, quedan 24 para seguir repartiendo…etc*.



Lo que recibe cada amigo

Lo que saco para repartir

Documentos curriculares para consultar

Ministerio de Educación de la Nación (2011) Cuadernillos *Sobre las tablas, Múltiples problemas y Relaciones múltiples*. Serie Piedra Libre para Todos. Buenos Aires. Disponible en: http://www.educ.ar/sitios/educar/recursos/ver?id=118471&coleccion_id=118471&categoria_id=16537 [consultado el 5/2/2018].

Sadovsky, P.; Ponce, H. y Quaranta, M. E. (2006) *Matemática. Cálculo mental con números naturales*. Apuntes para la enseñanza. Plan Plurianual 2004-2007 para el Mejoramiento de la Enseñanza. GCBA, Secretaría de Educación, Dirección General de Planeamiento, Dirección de Currícula. Disponible en: http://www.buenosaires.gob.ar/areas/educacion/curricula/pdf/primaria/calculo_naturales_web.pdf [consultado el 5/2/2018].

Dirección General de Cultura y Educación, Subsecretaría de Educación, Dirección Provincial de Educación Primaria, Dirección de Gestión Curricular (2007) *Matemática Nº 3 A. Operaciones con números naturales (1ª parte). Propuestas para alumnos de 3º y 4º año. Material para el docente*. La Plata. Disponible en: http://abc.gob.ar/primaria/sites/default/files/documentos/matematica_ndeg_3_a._operaciones_con_numeros_naturales-_3degy_4deg_ano-_material_para_el_docente.pdf [consultado el 5/2/2018].

Dirección General de Cultura y Educación, Subsecretaría de Educación, Dirección Provincial de Educación Primaria, Dirección de Gestión Curricular (2007) *Matemática N° 5 A. Operaciones con números naturales Geometría, 2ª parte. Propuestas para alumnos de 3° y 4° año. Material para el docente*. Con propuestas de cálculo mental. La Plata. Disponible en: http://abc.gob.ar/primaria/sites/default/files/documentos/matematica_ndeg_5_a._operaciones_con_numeros_naturales-_geometria._propuestas_para_alumnos_de_3deg_y_4deg_ano.pdf [consultado el 5/2/2018].

Dirección General de Cultura y Educación, Subsecretaría de Educación, Dirección Provincial de Educación Primaria, Dirección de Gestión Curricular (s/f) *Juegos que pueden colaborar en el trabajo en torno al cálculo mental. Área Matemática. Material para el docente. Mejorar los aprendizajes*. Con propuestas de cálculo mental. La Plata. Disponible en: http://abc.gob.ar/primaria/sites/default/files/documentos/juegos_que_pueden_colaborar_en_el_trabajo_en_torno_al_calculo_mental.pdf [consultado el 5/2/2018].

Ministerio de Educación de Nación (2009) *Para seguir aprendiendo Matemática. Cuadernillo de Actividades, 4º y 5º grado. Alumno*. Serie Aprender con Todos. Tareas de acompañamiento para alumnos y alumnas de 4to. y 5to. grado. Buenos Aires. Disponible en: http://repositorio.educacion.gov.ar/dspace/bitstream/handle/123456789/55753/Para_seguir_aprendiendo_4_y_5_Matematica%20D.pdf?sequence=1 [consultado el 5/2/2018].

Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación y Consejo Federal de Cultura y Educación (2007) NAP, *Matemática, 2º y 3º grado*. NAP, Núcleos de Aprendizajes Prioritarios. Serie Cuadernos para el Aula. Buenos Aires. Disponible en: http://www.ses.me.gov.ar/curriform/cuadernos.html [consultado el 5/2/2018].

3. Formas geométricas

En primer lugar, hay que considerar que el trabajo en geometría no consiste simplemente en lograr que los niños identifiquen figuras o cuerpos perceptivamente sino en que puedan considerar sus elementos y propiedades geométricas.

Una cuestión central de la enseñanza es lograr que los niños comprendan que una figura no se modifica a pesar de un cambio en su ubicación u orientación. Eso necesita un intenso trabajo, que se inicia en primer ciclo y debe continuar a lo largo de la escolaridad. Los niños deben reconocer que en geometría la orientación de una figura no constituye un atributo esencial: un cuadrado sigue siendo un cuadrado aunque su posición en el espacio de la hoja se modifique.

Las propuestas tienen que apuntar a que haya una exploración de características y propiedades y no solo una resolución apoyada en la percepción solamente. Se trata de hacer avanzar las conceptualizaciones de los niños, favoreciendo el paso de la identificación global de dibujos que representan figuras, a expresiones que ponen en juego las propiedades que las caracterizan. Por ejemplo: no es lo mismo un niño que reconoce un cuadrado “porque es un cuadrado”, o porque "el dibujo es cuadrado" a que pueda agregar explicaciones como “porque tiene cuatro lados iguales” o “porque los ángulos son rectos”. Esa evolución no es espontánea, es producto del aprendizaje.

El trabajo en geometría debería considerar en simultáneo tanto cuerpos como figuras. Es posible comenzar tanto por unos como por otras y presentar a los alumnos problemas que permitan estudiar las relaciones entre ambos tipos de objetos geométricos.

Intervenciones de enseñanza

Para que los niños avancen en sus posibilidades de identificar y describir características y propiedades de figuras o cuerpos, se puede:

• Proponer primero actividades que pongan en contacto a los niños con descripciones de características de las figuras. Por ejemplo, dada una colección de figuras diversas, el maestro da pistas para reconocer qué figura ha elegido, sin señalarla: *Tiene cuatro lados, los lados son rectos, todos los lados miden lo mismo*. Para ayudar en ese trabajo de identificación es conveniente sugerir a los niños que a medida que se enuncian las características descarten aquellas que no cumplen con lo descripto.

• Proponer luego que sean los niños quienes den pistas sobre figuras para que sus compañeros adivinen de cuál o cuáles se trata.

La incorporación y ampliación de vocabulario específico también requerirá de ciertas intervenciones. Es conveniente que desde el inicio el maestro sea un “usuario” del vocabulario aunque no se le exija de entrada su uso a los niños. El maestro podrá retomar lo que los niños dicen y repartirlo usando el vocabulario apropiado. Por ejemplo: *Claro, esa figura tiene cuatro puntas, o sea cuatro vértices*.

• Proponer situaciones que hagan surgir la necesidad de uso del vocabulario específico para ayudar a la comunicación. Por ejemplo: juegos de pistas o de mensajes, en los que se acuerda decir "lados" en lugar de que algunos digan "costados", "bordes", "líneas". Se acuerda el vocabulario a usar y se arma un cartel al respecto.

Para que los niños avancen en sus posibilidades de reproducción de figuras se puede:

• Promover, en primer término, la copia de figuras simples en hoja cuadriculada y discutir luego qué es lo que hay que garantizar para que la figura copiada quede igual al modelo. Proponer superponer a trasluz el modelo con la copia para identificar las imprecisiones. Anotar aquello que se discutió en un cartel para volver a reutilizar en nuevas reproducciones considerando: qué instrumento usar, qué es lo que hay que medir, dónde va cada elemento del dibujo, etc.
• Proporcionar una copia ya realizada de un modelo con errores para pedir a los niños que identifiquen cuáles son y cómo podría mejorarse el trabajo.

• Proponer la copia de una figura en hojas lisas que, a diferencia del papel cuadriculado, no permiten apoyarse en el conteo de los cuadraditos de la hoja, ni garantizan los ángulos rectos, por lo que requiere uso de la regla para asegurar medida y de la escuadra para asegurar ángulos rectos.

Cuando algunos niños evidencian mayores dificultades para reproducir con éxito figuras, se puede proponer que terminen la reproducción ya iniciada de un modelo; o bien ayudarlos a organizar su trabajo de reproducción, decidiendo con ellos los pasos que permitan progresivamente copiar todos los elementos del modelo. Por ejemplo: mediante preguntas orientadoras como: *¿Por dónde podés empezar a copiar esta figura? ¿Qué conviene dibujar primero? ¿Te parece que empecemos por este lado?*

Documentos curriculares para consultar

Ressia de Moreno, B. y Quaranta, M. E. (2009) *La enseñanza de la Geometría en el jardín de infantes*. Serie desarrollo curricular. 1ª ed. La Plata, Dirección General de Cultura y Educación, Subsecretaría de Educación, Provincia de Buenos Aires. Dirección de Currículum y Capacitación Educativa, Dirección de Educación Inicial. Disponible en: http://servicios2.abc.gov.ar/lainstitucion/sistemaeducativo/educacioninicial/geometriaeneljardin/descargas/geometria_inicial.pdf [consultado el 5/2/2018].

Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación y Consejo Federal de Cultura y Educación, (2006) *Matemática 1º, 2º y 3º grado*. NAP, Núcleos de Aprendizajes Prioritarios. Serie Cuadernos para el Aula, 1º grado: pp. 93-101, 2º grado: pp. 119-132, 3º grado: pp. 111-123. Buenos Aires. Disponible en: http://www.ses.me.gov.ar/curriform/cuadernos.html [consultado el 5/2/2018].

Se terminó de imprimir en el mes de febrero de 2018,
en Imprenta GCBA, Ciudad Autónoma de Buenos Aires.

Vamos Buenos Aires